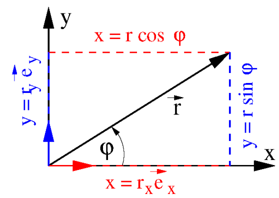
Spickzettel Koordinatensysteme

Kartesische Koordinaten: 2D oder 3D

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{3} r_i \vec{e}_i$$

Einheitsvektoren:

$$\vec{e}_x = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$



Polarkoordinaten: 2D

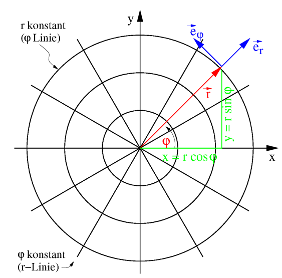
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\,\cos\varphi \\ r\,\sin\varphi \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} = r\,\vec{e}_{\vec{r}}$$

mit

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{r^2 \sin^2\varphi + r^2 \cos^2\varphi} \qquad \text{und} \qquad \varphi = \arctan\frac{y}{x}.$$

Einheitsvektoren: $\vec{a}(r,\varphi) = a_r\,\vec{e}_r + a_\varphi\,\vec{e}_\varphi = \sum a_i \vec{e}_i$ mit

$$\vec{e}_r = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}.$$



Zylinderkoordinaten: 3D

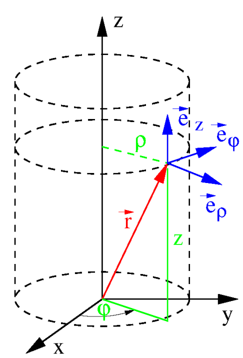
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varrho\,\cos\varphi \\ \varrho\sin\varphi \\ z \end{pmatrix}$$

mit

$$\varrho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \varphi = \arctan\frac{y}{x} \quad \text{und} \quad z = z.$$

Einheitsvektoren: $\vec{a}(\varrho,\varphi,z) = a_\varrho\,\vec{e}_\varrho + a_\varphi\,\vec{e}_\varphi + a_z\,\vec{e}_z = \sum a_i \vec{e}_i$ mit

$$\vec{e}_\varrho = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{e}_z = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$



Kugelkoordinaten: 3D

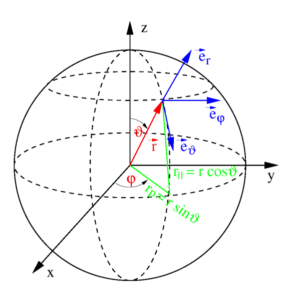
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \varrho\,\cos\varphi \\ \varrho\,\sin\varphi \\ r\,\cos\vartheta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r\,\sin\vartheta\,\cos\varphi \\ r\,\sin\vartheta\,\sin\varphi \\ r\,\cos\vartheta \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \sin\vartheta\,\cos\varphi \\ \sin\vartheta\,\sin\varphi \\ \cos\vartheta \end{pmatrix}$$

mit

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \qquad \vartheta = \arctan\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z} \qquad \text{und} \qquad \varphi = \arctan\frac{y}{x}.$$

Einheitsvektoren: $\vec{a}(r,\varphi,\vartheta) = a_r\,\vec{e}_r + a_\varphi\,\vec{e}_\varphi + a_\vartheta\,\vec{e}_\vartheta = \sum a_i \vec{e}_i$ mit

$$\vec{e}_r = \begin{pmatrix} \sin\vartheta\,\cos\varphi \\ \sin\vartheta\,\sin\varphi \\ \cos\vartheta \end{pmatrix}, \qquad \vec{e}_\vartheta = \begin{pmatrix} \cos\vartheta\,\cos\varphi \\ \cos\vartheta\,\sin\varphi \\ -\sin\vartheta \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}.$$



Alle hier betrachteten Systeme sind orthonormiert!