

Spickzettel Differentiation (gewöhnlich)

Grundbegriffe

- Der *Differentialquotient* ist der Grenzwert des Differenzenquotienten für Δx gegen Null:

$$f'(x) = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta(x)} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} .$$

- Eine Funktion $f(x)$ heißt *differenzierbar* in $[a, b]$, wenn für jedes $x \in (a, b)$ rechts- und linksseitiger Grenzwert des Differenzenquotienten existieren und identisch sind.

- Das Differential

$$df(x) = dy = f'(x) dx$$

beschreibt, wie sich die Funktionswerte entwickeln, wenn man von einem Argument x um ein Stückchen dx weitergeht.

Handwerkszeug

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
x^n	$n x^{n-1}$	$a = \text{const}$	0
$\sin x$	$\cos x$	$\frac{1}{\sin x}$	$-\frac{\cos x}{\sin^2 x}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\frac{1}{\cos x}$	$-\frac{\sin x}{\cos^2 x}$
$\sinh x$	$\cosh x$	$\cosh x$	$\sinh x$
e^x	e^x	e^{-ax}	$-a e^{-ax}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\ln x^n$	$\frac{n}{x}$
a^x	$(\ln a) a^x$	$x e^x$	$(1 + x) e^x$

- Faktorregel:

$$\frac{d(\alpha f(x))}{dx} = \alpha \frac{df(x)}{dx} .$$

- Summenregel:

$$\frac{d}{dx} (f(x) + g(x)) = \frac{df(x)}{dx} + \frac{dg(x)}{dx} .$$

- Produktregel:

$$\frac{d}{dx} (f(x) g(x)) = g(x) \frac{d}{dx} f(x) + f(x) \frac{d}{dx} g(x) .$$

- Kettenregel:

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = \frac{df}{dg} \frac{dg}{dx} .$$

- die Quotientenregel lässt sich auf die Produktregel zurück führen

- Funktion in Parameterform:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} \quad \text{mit} \quad \dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad \text{und} \quad \dot{y} = \frac{dy}{dt} .$$