

Erdfernerkundung

May-Britt Kallenrode

Universität Osnabrück

Wintersemester 2002/2003

Klausurfragen

1. Die Bahnen von nicht manövrierfähigen Satelliten werden durch die Kepler'schen Gesetze beschrieben. Geben Sie diese an (verbal, wo möglich auch formal). [3 Pkte]

2-1-1v-1.tex

Antwort: (1) Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren gemeinsamen Brennpunkt die Sonne steht. (2) Der von der Sonne zum Planeten gezogene Fahrstrahl (Radiusvektor \vec{r}) überstricht in gleichen Zeiten Δt gleiche Flächen ΔA : $\Delta A/\Delta t = \text{const.}$ (3) Die Quadrate der Umlaufzeiten T_1 , T_2 zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der großen Halbachsen a_1 und a_2 : $T_1^2/T_2^2 = a_1^3/a_2^3$.

2. Die Kepler'schen Gesetze sind empirisch bestimmt. Welche Grundkonzepte und -gleichungen werden zu ihrer formalen Herleitung benötigt? [3 Pkte]

2-1-2v-1.tex

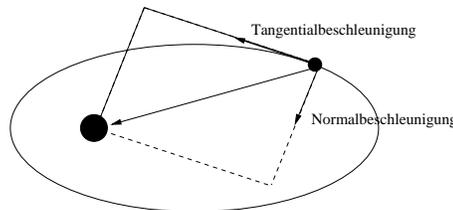
Antwort: Das Newton'sche Gravitationsgesetz $F_g = \gamma m_1 m_2 / r^2$ liefert eine anziehende Kraft zwischen den beiden Körpern. Die Kreisbahn (bzw. Ellipse) kann nur dann entstehen, wenn einer der Körper eine Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Verbindungsachse der beiden besitzt: sonst ziehen sich die Körper entlang dieser Achse an und bewegen sich aufeinander zu bis sie kollidieren. Die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zur Verbindungsachse bedeutet nach Newtons erstem Axiom (ein Körper verharrt im Zustand der gleichförmigen gradlinigen Bewegung bzw. in Ruhe), daß der Körper sich in dieser Richtung weiter bewegen will. Dies wird von einem Beobachter auf dem zweiten Körper als eine nach außen gerichtete Scheinkraft, die Zentrifugalkraft $F_Z = m\omega^2 r$ interpretiert. Das Gleichgewicht aus Anziehungskraft und Zentrifugalkraft liefert eine Kreisbahn; die Geschwindigkeit kann durch Gleichsetzen $F_g = F_Z$ bestimmt werden zu $v_K = \sqrt{\gamma m_2 / r}$. Zur Herleitung der Ellipsenbahn muß die Bewegungsgleichung vollständig gelöst werden.

3. Eine elliptische Bahn wird, ebenso wie eine Kreisbahn, durch ein Kräftegleichgewicht bestimmt. Für die Kreisbahn muß die Gravitationskraft gleich

2-2-1v-1.tex

der Zentripetalkraft sein. Welche Kräfte wirken auf den Satelliten auf einer elliptischen Bahn (bitte mit Skizze)? [2 Pkte]

Antwort: An der Gravitationskraft ändert sich nichts. Der Unterschied ergibt sich aus der Scheinkraft, die sich aus dem 1. Newton'sche Axiom ergibt und als Zentrifugalkraft bezeichnet wird: aufgrund der hohen Bahngeschwindigkeit ist diese Scheinkraft im Perigäum größer als es die Zentrifugalkraft wäre, es bleibt eine scheinbare Kraftkomponente in Bewegungsrichtung. Daher entfernt sich der Planet bzw. Satellit von einer Kreisbahn auf eine Bahn mit größerem Radius. Dabei wird kinetische Energie in potentielle Energie umgewandelt und die Geschwindigkeit nimmt ab. Die Abnahme der Geschwindigkeit erfolgt so lange, wie durch die Trägheit eine Bewegungskomponente vom Zentralkörper weg erhalten bleibt. Ist diese aufgebraucht, so befindet sich der Satellit im Apogäum mit einer Geschwindigkeit kleiner der dort erforderlichen Kreisbahngeschwindigkeit – die Zentrifugalkraft kann die Anziehungskraft nicht kompensieren und der Körper fällt wieder auf den Planeten zu. Eine mögliche Skizze, allerdings zu einer verbal etwas anderen Argumentation, wäre:



4. Bei der Herleitung der Kepler'schen Gesetze macht man den Übergang vom allgemeinen zum eingeschränkten Zweikörperproblem. Welche Annahmen gehen dabei ein? Erläutern Sie, unter welchen Bedingungen diese Vereinfachung sinnvoll ist. [2 Pkte]

2-2-2v-1.tex

Antwort: Das eingeschränkte Zweikörperproblem entspricht unserer umgangssprachlichen Beschreibung von Planeten- bzw. Satellitenbahnen: die Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen um die Sonne bzw. die Satelliten kreisen um die Erde, d.h. wir haben die Vorstellung einer feststehenden Zentralmasse und eines darum kreisenden Probekörpers. In der allgemeinsten Situation (beide Massen sind vergleichbar) kreist jedoch nicht der eine Körper um den anderen sondern beide um ihren gemeinsamen Schwerpunkt. Das ist auch beim Planetensystem bzw. bei einem Satelliten in einer Erdumlaufbahn der Fall. Allerdings fällt bei sehr ungleichen Massen der Schwerpunkt $m_1(\vec{r}_1 - \vec{r}_S) + m_2(\vec{r}_2 - \vec{r}_S) = 0$ praktisch in die schwerere Masse, so daß diese als der ruhende Zentralkörper betrachtet werden kann.

Die Bewegungsgleichung wird dann zu

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{\gamma(m_1 + m_2)}{r^3} \vec{r} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r}.$$

5. Die Herleitung der Kepler'schen Gesetze beruht auf fundamentalen Erhaltungssätzen. Geben Sie die Erhaltungssätze an und ihren Zusammenhang mit der Bewegungsgleichung. [3 Pkte]

2-2-3f-1.tex

Antwort: Die Erhaltungssätze sind Energieerhaltung und Drehimpulserhaltung. Die Energieerhaltung ergibt sich aus der Bewegungsgleichung

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^2} \vec{e}_r$$

durch skalare Multiplikation mit $d\vec{r}/dt$. Dann ergibt sich auf der linken Seite ein Ausdruck der Form

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{dv^2}{dt},$$

ein Ausdruck also, der ein Maß für die kinetische Energie ist. Auf der rechten Seite haben wir ein Skalarprodukt aus $\vec{r} \cdot \vec{r}$, das wir entsprechend zusammenfassen können, d.h. wir erhalten

$$\frac{dv^2}{dt} = -2\mu \frac{dr^{-1}}{dt}.$$

Integration der Gleichung liefert das Energieintegral

$$v^2 - \frac{2\mu}{r} = h_c,$$

d.h. die Summe aus kinetischer und potentieller Energie ist in jedem Punkt entlang der Bahn konstant.

Die Drehimpulserhaltung ergibt sich aus der Bewegungsgleichung durch vektorielle Multiplikation mit \vec{r} :

$$\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{\mu}{r^3} \vec{r} \times \vec{r} = 0.$$

Multiplikationsregeln für Vektorprodukte erlauben das Umschreiben der linken Seite in die Form

$$\frac{d(\vec{r} \times \vec{v})}{dt} = 0,$$

Integration liefert das Momentintegral

$$\vec{r} \times \vec{v} = \vec{\sigma}.$$

Zusatzpunkt: durch skalare Multiplikation mit \vec{r} ergibt sich daraus (wieder unter Berücksichtigung der Regeln für Mehrfachprodukte) die Gleichung der Bahnebene $\vec{\sigma}\vec{r} = 0$.

6. Satellitenbahnen sind Kegelschnitte. Kreuzen Sie die wahren Aussagen an:

2-4-1m-1.tex

- Ist die Anfangsgeschwindigkeit eines Satelliten kleiner der ersten kosmischen Geschwindigkeit, so ergibt sich eine Wurfparabel.
- Wird die Geschwindigkeit eines Satelliten durch Reibung auf einen Wert kleiner der Kreisbahngeschwindigkeit verringert, so stürzt der Satellit auf einer Spiralbahn ab.
- Ein Satellit mit einer Geschwindigkeit größer der Kreisbahngeschwindigkeit entweicht aus dem Schwerefeld der Erde.
- Eine hinreichende Bedingung für eine Ellipsenbahn ist eine Bahngeschwindigkeit kleiner der zweiten kosmischen Geschwindigkeit.
- Die Geschwindigkeit eines Satelliten im Perigäum darf nicht kleiner sein als die Kreisbahngeschwindigkeit.
- Die Geschwindigkeit eines Satelliten im Apogäum darf nicht kleiner sein als die Kreisbahngeschwindigkeit. [2 Pkte]

Antworten: wahr, falsch, falsch, falsch, falsch, wahr

7. Bestimmen Sie aus der Binet'schen Gleichung den Zusammenhang zwischen Kreisbahngeschwindigkeit und erster kosmischer Geschwindigkeit sowie zwischen Kreisbahngeschwindigkeit und zweiter kosmischer Geschwindigkeit. [2 Pkte]

2-4-2f-1.tex

Antwort: erste kosmische Geschwindigkeit ist die Kreisbahngeschwindigkeit. Sie ergibt sich für eine große Halbachse a gleich dem Radius r der Kreisbahn zu

$$v_{\text{kosmisch1}} = v_{\text{kreis}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} .$$

Einsetzen der Zahlenwerte (Spickzettel) liefert $v_{\text{Kreis}} = 7.92 \text{ km/s}$. Die zweite kosmische Geschwindigkeit beschreibt das Entweichen aus dem Schwerefeld des Körpers, d.h. es entsteht keine geschlossene Bahn und die große Halbachse a wird ∞ . Damit ergibt sich

$$v_{\text{kosmisch2}} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} = \sqrt{2} v_{\text{Kreis}} = \sqrt{2} v_{\text{kosmisch1}} .$$

2-4-3v-1.tex

8. Durch welche Parameter ist die Lage einer Satellitenbahn im Raum bestimmt? Welche zusätzlichen Parameter sind zur Angabe der Satellitenposition erforderlich? Benennen und erklären Sie die Parameter. [3 Pkte]

Antwort: Beschreibung der Bahn als Ellipse durch die beiden Parameter *große Halbachse* und *Exzentrizität*. Beschreibung der Lage der Bahn im Raum durch die *Inklination*, d.h. die Neigung der Bahnebene gegenüber der Äquatorebene. Die Lage der Bahnebene im Raum wird durch die *Rektaszension*, d.h. den Winkel zwischen der Knotenlinie aus Bahnebene und Äquatorebene und einer festen Bezugsrichtung, z.B. Richtung des Frühlingspunktes, beschrieben. Damit ist die Bahnebene im Raum festgelegt, nicht jedoch die Bahn der Ellipse in dieser Ebene. Für letztere wird zusätzlich benötigt der Winkel ω zwischen der Knotenlinie und der Richtung zum Perigäum (*Apsidenlinie*). Damit ist die Lage der Bahnebene und der Bahn in dieser Ebene durch die genannten fünf Parameter bestimmt. Zur Festlegung des Satellitenortes wird zusätzlich die Angabe einer *Epoche*, d.h. eines Punktes zu einer bestimmten Zeit (z.B. Perigäumsdurchgang, Kreuzen der Knotenlinie) benötigt.

9. Erläutern Sie den Begriff Inklination.

[1 Pkt]

2-4-4v-1.tex

Antwort: Die Inklination gibt die Neigung der Bahnebene eines Satelliten gegenüber der Äquatorebene. Für einen antriebslosen Satelliten ist die niedrigste Inklination seines Orbits durch die geographische Breite des Startorts bestimmt, da der Massenmittelpunkt des Planeten in der Bahnebene liegen muß. Daher ist ein geostationärer Satellit über Moskau nicht möglich.

10. Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeiten eines Satelliten im Perigäum und im Apogäum.

[1 Pkt]

2-4-5r-1.tex

Antwort: Anwendung der Binet'schen Gleichung (Spickzettel) und Verwendung der dort gegebenen Ausdrücke für die Orte von Apogäum und Perigäum liefert

$$v_{\text{Apo}} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1 - \varepsilon}{1 + \varepsilon}} \quad \text{und} \quad v_{\text{Peri}} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}}.$$

11. Auch ohne Kenntnis der Gravitationskonstante kann man angeben, wieviel mal massereicher die Sonne ist als die Erde. Man braucht dazu außer allbekannten Daten über die Jahres- und Monatslänge nur das Verhältnis des Abstände von Sonne bzw. Mond von der Erde (400:1), nicht aber die

2-4-6r-1.tex

absoluten Abstände. Wie funktioniert das?

[2 Pkte]

Antwort: Die Erde zwingt den Mond auf eine Bahn mit dem Radius R und der Periode T . Die Sonne zwingt die Erde auf eine Bahn mit dem Radius $400R$ und der (ungefähren) Periode $13T$. Die Kreisbahnbedingung fordert $\omega^2 R \sim R/T^2 \sim M/R^2$ oder $M \sim R^3/T^2$ mit M als der Masse des jeweiligen Zentralkörpers (damit haben Sie Kepler's 3. Gesetz wiederentdeckt). Die Masse des anderen Körpers fällt jeweils heraus, Division der beiden Gleichungen liefert $M_{\odot}/M_{\text{Erde}} = 400^2/13^3 = 3.8 \cdot 10^5$. Auf diese Weise läßt sich aus bekannter (oder zumindest gut abgeschätzter) Erdmasse die Sonnenmasse bestimmen.

12. Ein Molnyia-Satellit hat ein Perigäum von 400 km und ein Apogäum von 40 000 km. Bestimmen Sie die jeweiligen Geschwindigkeiten. [2 Pkte]

2-4-7r-1.tex

Antwort: Ansatz wie in ??; allerdings sind hier Perigäum und Apogäum direkt gegeben. Daher muß entweder in

$$v_{\text{Apo}} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \quad \text{und} \quad v_{\text{Peri}} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}$$

ein Ausdruck für die Exzentrizität und die große Halbachse gefunden werden, oder zur Verwendung der Binet'schen Gleichung die große Halbachse bestimmt werden. Letzterer Ansatz ist einfacher, da

$$a = \frac{r_{\text{Apo}} + r_{\text{Peri}}}{2} = \frac{40\,000 \text{ km} + 400 \text{ km}}{2} = 20\,200 \text{ km} .$$

Einsetzen in die Binet'sche Gleichung liefert

$$v_{\text{Apo}} = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r_{\text{Apo}}} - \frac{2}{r_{\text{Apo}} + r_{\text{Peri}}} \right)} = \sqrt{\mu \frac{2r_{\text{Peri}}}{r_{\text{Apo}}(r_{\text{Apo}} + r_{\text{Peri}})}} = 14.08 \text{ km/s}$$

sowie

$$v_{\text{Peri}} = \sqrt{\mu \frac{2r_{\text{Apo}}}{r_{\text{Peri}}(r_{\text{Apo}} + r_{\text{Peri}})}} = 1407 \text{ km/s} .$$

13. Für ein studentisches Kleinsatellitenprojekt hat die Uni Osnabrück auf dem Westerberg eine Raletenstarttrampe errichtet. Der Satellit soll auf einer antriebslosen Bahn fliegen; zur Auswahl stehen ein Instrument zur Untersuchung des Wasserdampftransports über tropischen Ozeanen oder ein Instrument zur Untersuchung des Anteils flüssigen Wassers in Eis. Welches Instrument ist für den Satelliten besser geeignet? [1 Pkt]

2-4-8v-1.tex

Antwort: aufgrund der relativ hohen geographischen Breite hat die Bahn des Kleinsatelliten eine Inklination von mindestens 50° . Diese ist für Untersuchungen in niedrigen Breiten nicht geeignet, da die Bahn für zu lange Zeiträume außerhalb des interessierenden Breitenbereiches verläuft. Daher lieber in ein polares Orbit einschließen und mit dem Flüssigwasser-Instrument das Abschmelzen der Polkappen studieren.

14. Bahnmanöver: welche der folgenden Aussagen ist wahr?

2-4-9m-1.tex

- Eine Erhöhung der Bahngeschwindigkeit führt auf ein höheres Orbit.
- Eine Änderung der Bahngeschwindigkeit senkrecht zur Bahnebene führt stets auf eine Drehung der Bahnebene unter Beibehaltung der Bahn in der Bahnebene.
- Ein dauerhaft höheres Orbit läßt sich nur mit mindestens zwei Geschwindigkeitsänderungen erreichen.
- Um in ein ansonsten identisches Orbit senkrecht zur Ausgangsbahnebene zu gelangen, muß die Kraft in einem Winkel von 135° zur Flugrichtung stehen.
- Um in ein ansonsten identisches Orbit senkrecht zur Ausgangsbahnebene zu gelangen, muß die Kraft in einem Winkel von 45° zur Flugrichtung stehen. [2 Pkte]

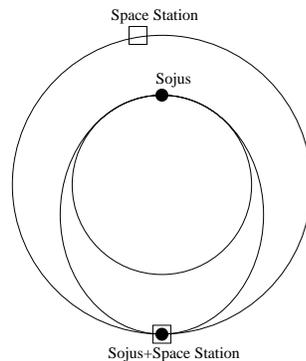
Antwort: wahr (zumindest, wenn die Bahn geschlossen bleibt), falsch, wahr, wahr, falsch

15. Eine Sojus-Kapsel nähert sich der Internationalen Raumstation auf einem kreisförmigen Orbit wenige Kilometer unterhalb der Umlaufbahn der Raumstation (ebenfalls kreisförmig, beide Bahnen liegen bereits in einer Ebene). Skizzieren Sie, welche Manöver der Kommandant der Sojus-Kapsel ausführen muß, um an der Raumstation andocken zu können (Achtung, beim Andocken sollte die Relativgeschwindigkeit Null sein). [2 Pkte]

2-4-10v-1.tex

Die Idee läßt sich aus den Transferbahnen ableiten: der Sojus-Kommander muß einmal beschleunigen, um auf eine Übergangsellipse zu kommen, die den Orbit der Space-Station berührt und dort ein zweites Mal um mit der entsprechenden Bahngeschwindigkeit in diesem Orbit zu bleiben. Damit wird die Bedingung, daß die Relativgeschwindigkeit verschwinden soll, automatisch erfüllt. Im Gegensatz zur Transferbahn ist das Problem hier, daß nicht nur der Orbit der Space Station sondern diese selber erreicht werden soll. Generell gilt: mit zunehmender Höhe nimmt zwar die Bahngeschwindigkeit eines Satelliten in einem kreisförmigen Orbit zu, seine Winkelgeschwindigkeit jedoch ab (kann man auch über Keplers drittes Gesetz

erhalten). Der Sojus-Kommander muß sein Bahnmanöver daher so einleiten, daß er nach dem erfolgten zweiten Schub seinerseits (Übergang von der Transfer- auf die Kreisbahn der Raumstation) am gleichen Ort ist wie die Raumstation und deren Geschwindigkeit hat. Dazu muß er die Bahn der Raumstation so treffen, daß sich die Raumstation hinter ihm befindet und während seiner Beschleunigungsphase zu ihm aufschließt. Nach dem dritten Kepler'schen Gesetz gilt $T_{\text{Sojus}} < T_{\text{Übergang}} < T_{\text{ISS}}$, da die große Halbachse der Übergangselipse zwischen den beiden Kreisbahnen liegt. Erfolgt die Beschleunigung in unendlich kurzer Zeit, muß die Sojus-Kapsel hinter der Space Station in einen Transfer-Orbit gehen (vergl. Abbildung), mit zunehmender Beschleunigungszeit wird der 'Vorlauf' der Space Station geringer, eventuell auch negativ.



16. Sie sind im Untersuchungsausschuß zum Coloumbia-Absturz mit der Frage konfrontiert, ob eine Rettung der Astronauten auf die ISS möglich gewesen wäre. Die Coloumbia hätte zwar nicht andocken können, aber da auf ISS Raumanzüge vorhanden sind, hätte die Crew im Prinzip umsteigen können. Sie sollen sich mit der Frage auseinandersetzen, ob Coloumbia (Flughöhe 278 km, Inklination 39°) die ISS (385 km, Inklination 59.6°) überhaupt hätte erreichen können. Coloumbia hat keinen Treibstoff für großartige Bahnmanöver, der Treibstoffvorrat reicht nur für einen Abstieg auf ein 120 km hohes Orbit (von dort an bremst die Erdatmosphäre ausreichend, um das Shuttle in einen geregelten Abstieg zu zwingen) sowie eine Sicherheitsreserve von 20%. Wäre mit diesem Treibstoff ein Aufstieg in das ISS-Orbit möglich gewesen? [3Pkte]

2-4-19r-l.tex

Antwort: Der Treibstoffvorrat kann in eine Impulsänderung umgerechnet werden (wobei die Abnahme der Shuttle-Masse bei Verbrennen des Treibstoffs nicht berücksichtigt wird). Für die Geschwindigkeiten in den drei Kreisbahnen gilt $v_{K278} = \sqrt{\mu/r_1} = 7.75$ km/s, $v_{K120} = \sqrt{\mu/r_2} = 7.85$ km/s und $v_{K385} = 7.69$ km/s. Für die Geschwindigkeitsänderungen ergibt sich

beim Abstieg

$$\Delta v_1 = v_{K278} \sqrt{\frac{2}{r_1/r_2 + 1}} = -97 \text{ m/s} \quad \text{und} \quad \Delta v_2 = v_{K120} = \sqrt{\frac{2}{1 + r_2/r_1}} = -98 \text{ m/s},$$

die Gesamtänderung im Impuls/Masse ist -196 m/s . Zuzüglich der Sicherheitsreserve gibt das 235 m/s . Das Problem des Aufstiegs zerlegt sich in zwei Teile: zum einen muß die höhere Flugbahn erericht werden, zum anderen die Inklination verändert werden. Für das reine Aufstiegsmanöver ergibt sich $\Delta v_1 = 31 \text{ m/s}$ und $\Delta v_2 = 31 \text{ m/s}$, also insgesamt ein Impuls pro Masse von 62 m/s . Das Erreichen der Höhe (allerdings mit dem Verlust der Möglichkeit, daß Shuttle wieder in ein niedrigeres Orbit zu bringen) wäre kein Problem. Der Aufwand zur Veränderung der Inklination der Bahn, d.h. zur Drehung des Geschwindigkeitsvektors um 20.6° dagegen wäre mit den begrenzten Ressourcen nicht zu leisten gewesen:

$$|\Delta \vec{v}| = \left| \begin{pmatrix} 6.0 \\ 4.9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3.9 \\ 6.7 \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} 2.1 \\ -1.8 \end{pmatrix} \right| = 2.8 \text{ km/s}.$$

Zur Drehung der Bahnebene hätte ungefähr die zehnfache Menge an Treibstoff zur Verfügung stehen müssen.

17. Ein Satellit der Masse $m = 1000 \text{ kg}$ befindet sich in einer polaren Umlaufbahn in 400 km Höhe. Durch einen einmaligen gleichförmigen Kraftstoß von 10 Sekunden Dauer wird der Satellit auf eine äquatoriale Bahn gebracht. Berechnen Sie die dazu erforderliche Kraft. 2-4-11r-l.tex [2 Pkte]

Antwort: Der Geschwindigkeitsvektor muß dazu um 90° gedreht werden. Als einfache Abschätzung erhalten wir

$$\Delta \vec{p} = m \Delta \vec{v} = m \begin{pmatrix} -v \\ v \end{pmatrix}$$

und damit für die Kraft

$$\vec{F} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m}{\Delta t} \begin{pmatrix} -v \\ v \end{pmatrix}.$$

Für die Kreisbahngeschwindigkeit gilt nach Binet'scher Gleichung $v_{\text{Kreis}} = \sqrt{\mu/r} = 7684 \text{ m/s}$ und damit für die Kraft $\vec{F} = (-768, 768) \text{ kN}$, bzw. $|\vec{F}| = 1086 \text{ kN}$.

18. Die Jupitermonde befolgen ebenfalls Kepler's drittes Gesetz: die Kuben der großen Halbachsen dividiert durch die Quadrate der Umlaufzeiten ergeben 2-4-12r-l.tex

eine Konstante. Ist es die gleiche Konstante wie für Jupiter und die anderen Planeten beim Umlauf um die Sonne? Spezielle Frage im Bezug auf den Jupiter-Mond Io: sein Abstand vom Planeten beträgt $4.5 \cdot 10^5$ km, seine Umlaufzeit T 1 d 18 h 28 min. Wie groß ist die Masse des Jupiter? [2 Pkte]

Antwort: Nein, da in die Konstante die Masse des Zentralgestirns eingeht. Die Konstante ist allerdings für alle Jupitermonde die gleiche. Zentralmasse aus Kräftegleichgewicht

$$\gamma \frac{M_{\text{Jupiter}} m_{\text{Io}}}{r^2} = m_{\text{Io}} \omega^2 r \quad \Rightarrow \quad M_{\text{Jupiter}} = \frac{\omega^2 r^3}{\gamma} = \frac{4\pi^2 r^3}{\gamma T^2} = 2.31 \cdot 10^{27} \text{ kg} .$$

19. Berechnen Sie die Umlaufzeit eines Satelliten um den Mond, wenn dieser sich in einem Orbit mit einer Höhe von 100 km über der Mondoberfläche befindet. Wie groß wäre die Umlaufzeit einer entsprechenden Bahn um die Erde? (Mondparameter: Masse $7.3 \cdot 10^{23}$ kg, Radius 1738 km; Erdparameter: Masse $6 \cdot 10^{24}$ kg, Radius 6378 km) [1 Pkt]

2-4-13r-l.tex

Antwort: Kräftebilanz $mv^2/r = \gamma m M/r^2$ liefert $v_{\text{Mond}} = \sqrt{\gamma M/r} = 5.15$ km/s und für die Erde $v_{\text{Erde}} = 7.86$ km/s. Alternativ direkt unter Verwendung der Binet'schen Gleichung.

20. Der kleinste Abstand von Halleys Kometen zur Sonne beträgt $8.9 \cdot 10^{10}$ m, seine Umlaufzeit 76 Jahre. Welcher Art ist die Bahn? Berechnen sie (a) die Länge der großen Halbachse, (b) die Exzentrizität der Bahn, und (c) den Abstand des Aphels von der Sonne. Bestimmen Sie die Verhältnisse der Geschwindigkeiten (Bahn- und Winkelgeschwindigkeit) in Perihel und Aphel. [3 Pkte]

2-4-14r-l.tex

Antwort: da Wiederkehr des Kometen beobachtet, ist die Bahn geschlossen, also fallen Parabel und Hyperbel flach, d.h. wir haben eine elliptische Bahn, von der die Umlaufzeit und das Perihel bekannt sind. Die Umlaufzeit hängt nach Keplers 3. Gesetz nur von der großen Halbachse ab, d.h. es ist egal, ob der Körper auf einer Kreisbahn oder einer Ellipse umläuft. Gleichsetzen von Gravitations- und Zentrifugalkraft wie in ?? liefert

$$\gamma \frac{M_{\odot} m_{\text{Hal}}}{r^2} = m_{\text{Hal}} \omega^2 r \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{\gamma M_{\odot} T^2}{4\pi^2}} = 2.64 \cdot 10^{12} \text{ m} .$$

Dies entspricht auch der Länge der großen Halbachse. Da das Perihel gegeben ist, ist das Aphel wegen $2a = r_{\text{Peri}} + r_{\text{Aph}}$ direkt zu bestimmen: $a = 2.67 \cdot 10^{12}$ m und $r_{\text{Aph}} = 5.25 \cdot 10^{12}$ m. Die Exzentrizität ergibt sich

aus den großen und kleinen Halbachse gemäß Spickzettel zu $\varepsilon = 0.967$. Die Bahngeschwindigkeiten lassen sich mit Hilfe der Binet'schen Gleichung gemäß Spickzettel bestimmen zu

$$v_{\text{Apo}} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}} \quad \text{und} \quad v_{\text{Peri}} = \sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}$$

und damit

$$\frac{v_{\text{Peri}}}{v_{\text{Apo}}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}}}{\sqrt{\frac{\mu}{a} \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}}} = 60.16$$

und für die Winkelgeschwindigkeiten

$$\frac{\omega_{\text{Peri}}}{\omega_{\text{Apo}}} = \frac{\frac{v_{\text{Peri}}}{r_{\text{Peri}}}}{\frac{v_{\text{Apo}}}{r_{\text{Apo}}}} = 3619 .$$

[Die Rechnung ist irgendwie nicht ganz konsistent!!!!]

21. Zum Nachdenken: Um, insbesondere im Hinblick auf Langzeitmissionen, etwas mehr Bewegung zu haben, darf die Mannschaft eines Space-Shuttle jetzt Tischtennis spielen. Aus Platzgründen geht das allerdings erst nach dem Aussetzen der Nutzlast in der offenen Ladebucht (Sport an frischer Luft ist ohnehin gesünder). Diskutieren Sie, ob sich aus dieser Situation veränderte Spielgewohnheiten ergeben, z.B. unter den folgenden Gesichtspunkten: kann man einen normalen Aufschlag machen (den Ball hochwerfen und dann schlagen)? Oder sollte man einen modifizierten Aufschlag entwickeln? Was passiert mit dem Ball, wenn der Partner nicht trifft? Gibt es Situationen, in denen Sie den Ball in einem späteren Orbit wieder einfangen können? Macht es einen Unterschied, ob das Shuttle (wie normal) mit der geöffneten Ladebucht nach unten zur Erde blickend fliegt oder mit einer nach außen weisenden Ladebucht? Wenn Ihnen die Situation zu unübersichtlich ist, betrachten Sie einfache Grenzfälle: was passiert mit Bällen, die (a) senkrecht nach oben, (b) senkrecht nach unten, (c) direkt in Flugrichtung, (d) entgegen der Flugrichtung und (e) senkrecht zur Bahnebene (also nach links oder rechts) geworfen werden. [2 Pkte]

2-4-15v-1.tex

Antwort: Aufschlag wird zum Problem, da der Ball nicht wie gewohnt hoch geworfen und dann geschlagen werden kann: beim simplen Hochwerfen bleibt die lineare Geschwindigkeit des Balls erhalten, d.h. seine Winkelgeschwindigkeit nimmt gegenüber des Shuttles ab und er fällt zurück. Ein modifizierter Aufschlag könnte das Schlagen aus der Hand sein (Aua, das kann weh tun) oder ein konventioneller Aufschlag, wobei aber nicht nach oben sondern schräg nach vorne geworfen und ungefähr ein halbes Shuttle-Orbit bis zum Aufschlag gewartet werden müsste. Geht ein Ball ins Aus, so

hängt die weitere Bewegung davon ab, wo der Ball ins aus geht. Verfehlt der Spieler am Bug den Ball, so handelt es sich um einen Ball, der eine größere Geschwindigkeit hat als das Shuttle und damit in ein elliptisches Orbit geht, dessen Perigäum in der Shuttle-Bahn liegt. Da verlorengangener Ball und Shuttle unterschiedliche Umlaufgeschwindigkeiten haben (die großen Halbachsen der Orbits sind verschieden) treffen sich beide erst nach dem kleinsten gemeinsamen Vielfachen der beiden Umlaufzeiten wieder – was insbesondere bei kleinen Differenzen der Umlaufzeiten verdammt lang sein kann. Verfehlt der Spieler am Heck den Ball, so geht dieser ebenfalls in ein elliptisches Orbit, allerdings ist die Shuttlebahn in diesem Falle das Apogäum. Liegt das Perigäum recht niedrig, so wird der Ball durch Reibung in der Atmosphäre abgebremst und stürzt ab. In diesem Fall kann der Ball nicht wieder eingefangen werden, da er auch dann, wenn er nicht sofort abstürzt, nicht mehr sein altes Apogäum erreicht. Wird der übers Heck entweichende Ball nicht in der Atmosphäre abgebremst, so gelten die gleichen Überlegungen wie für den über den Bug entweichenden Ball. Die Fälle senkrecht nach oben und unten sind, wie für oben bereits diskutiert, der nach- oder vorlaufende Ball. Bälle, die senkrecht zur Flugbahn entweichen, haben eine Bahnebene, die gegenüber der Ausgangsbahnebene gedreht ist (Winkel ist durch das Verhältnis der Geschwindigkeiten bestimmt) und gelangen in eine Übergangselipse, deren Perigäum mit der Bahnhöhe des Shuttle übereinstimmt.

22. Zwischen Erde und Sonne gibt es einen Punkt, an dem sich die Gravitationskräfte der beiden auf einen Satelliten aufheben. Wo liegt dieser neutrale Punkt? Wie groß sind die Bahn- und Winkelgeschwindigkeit eines Satelliten in diesem Punkt? Vergleichen Sie mit der Erde. (Abstand Sonne-Erde 1 AU = $149 \cdot 10^6$ km). [2 Pkte]

2-4-16r-l.tex

Antwort: Gleichgewicht der Gravitationskräfte fordert

$$\begin{aligned} \frac{\gamma M_{\odot} m_{\text{Sat}}}{r_{\text{Sat}}^2} &= \frac{\gamma M_{\text{Erde}} m_{\text{Sat}}}{(1 \text{ AU} - r_{\text{Sat}})^2} \\ \Rightarrow r_{\text{Sat}} &= -\frac{1 \text{ AU } M_{\odot}}{M_{\odot} - M_{\text{Erde}}} \pm \sqrt{\left(\frac{1 \text{ AU } M_{\odot}}{M_{\odot} - M_{\text{Erde}}}\right)^2 - M_{\odot} (1 \text{ AU})^2} \\ &= 1 \text{ AU} \left(-\frac{M_{\odot}}{M_{\odot} - M_{\text{Erde}}} \pm \sqrt{\left(\frac{M_{\odot}}{M_{\odot} - M_{\text{Erde}}}\right)^2 - M_{\odot}} \right) = -0.998 \text{ AU} \end{aligned}$$

oder auf den Abstand von der Erde bezogen $r_{\text{SE}} = 264 \text{ 310 km}$. Die andere Wurzel ergibt einen Punkt hinter der Erde, an dem beide Kräfte gleich groß sind. Die Rechnung führt auf ein Orbit, in dem gemäß Kepler 3 die Umlaufzeiten kleiner sind als im Erdorbit, d.h. die so berechnete Konfiguration

kann nicht stabil sein, da der Satellit aus der Erde–Sonne Linie herauslaufen würde und damit das geforderte Kräftegleichgewicht nicht mehr erfüllt ist. Der Zusatzpunkt: Fehler liegt im Ansatz: in einem raumfesten System aus zwei Massen ist diese Herleitung ok und der Satellit würde auf der Verbindungslinie bleibe. Da wir jedoch ein rotierendes System betrachten, müßte die Zentrifugalkraft berücksichtigt werden, wodurch sich eine andere Herleitungsform ergibt.

23. Veranschaulichen Sie sich, warum die Gesamtenergie der Ellipsenbahn nur von der großen Halbachse abhängt, nicht jedoch von der Exzentrizität. Kann man diesen Zusammenhang gezielt nutzen, um zumindest für kurze Zeiten möglichst große Abstände von der Erdoberfläche zu erreichen? [1 Pkt]

2-4-17v-1.tex

Antwort: Bei den verschiedenen Ellipsen mit gleicher großer Halbachse steht das Zentralgestirn mit zunehmender Exzentrizität immer weiter vom Schnittpunkt der beiden Halbachsen entfernt.

24. Erdfernerkundungssatelliten werden häufig in sonnensynchrone Bahnen gebracht. Was versteht man unter einer sonnensynchronen Bahn, welche Vorteile hat sie? [1 Pkt]

3-1-1v-1.tex

Antwort: bei einer sonnensynchronen Bahn steht die Bahnebene stets in einem festen Winkel zur Achse Sonne–Erde, d.h. der Satellit überquert den Äquator stets zur gleichen lokalen Zeit. Dadurch verändern sich die Lichtverhältnisse nicht, was einen Vergleich der Beobachtungen von Orbits verschiedener Daten erleichtert.

25. Geben Sie typische Bahnparameter für Erdfernerkundungssatelliten an und begründen Sie, warum diese so gewählt werden. [2 Pkte]

3-1-2v-1.tex

Antwort: die *Bahnhöhe* wird so gewählt, daß eine lange Lebensdauer gewährt wird (keine Reibung), gleichzeitig aber ein gutes Bodenaufklärungsvermögen erreicht werden kann. Typische Werte liegen im Bereich von 700 km bis 1000 km. Ausnahme: geostationäre Wettersatelliten. Aus der Flughöhe ergibt sich automatisch die Umlaufzeit, die Wiederholfrequenz wird durch die Breite des Streifens entlang der Bodenspur bestimmt, in dem beobachtet wird. Die Bahnen sind *kreisförmig*, da alle Punkte aus gleichem Abstand zu beobachten sind (Optimierung von oben als Randbedingung). Die *Inklination* wird so gewählt, daß der interessierende Breitenbereich abgedeckt wird: Erdfernerkundungssatelliten haben daher meistens Inklinationen in

der Nähe von 90° . Ausnahme: Satelliten in geostationären Orbits oder Satelliten, die nur tropische Bereiche beobachten sollen. Die Bahn wird *sonnensynchron* gewählt, um gleichbleibende Lichtverhältnisse zu erhalten.

26. Der französische Erdfernerkundungssatellit SPOT fliegt in einem nahezu kreisförmigen Orbit in einer Höhe von 832 km. Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit des Satelliten und seine Geschwindigkeit entlang der Bodenspur. [1 Pkt]

3-2-1r-1.tex

Antwort: Binet'sche Gleichung liefert $v = \sqrt{\gamma m/r} = 7.45$ km/s für die Geschwindigkeit entlang der Bahn und $v_{\text{Boden}} = 6.59$ km/s für die Geschwindigkeit entlang der Bodenspur, da die Winkelgeschwindigkeit konstant sein muß.

27. Erläutern Sie Verfahren zur Lagestabilisierung eines Satelliten. Welche Verfahren sind für Erdfernerkundungssatelliten geeignet, welche nicht? [2 Pkte]

3-6-1v-1.tex

Antwort: Bei der Spinstabilisierung ist der Satellit selbst ein großer Kreisel; das Verfahren ist jedoch für die Erdfernerkundung nicht geeignet, da die Ausrichtung der Instrumente auf einem Spinner nicht trivial ist. Bei der Dreiaachsenstabilisierung verfügt das Raumfahrzeug über drei Kreisel mit senkrecht aufeinander stehenden Achsen, die eine genaue Ausrichtung erlauben. Dies Verfahren ist für die Erdfernerkundung geeignet. Für Forschungssatelliten gibt es ferner eine Magnetfeldstabilisierung, die einem Erdfernerkundungssatelliten jedoch wieder nicht die richtige Richtung eröffnen würde.

28. Benennen Sie mindestens drei Störprozesse, die eine Satellitenbahn beeinflussen können und charakterisieren Sie diese kurz. [3 Pkte]

4-1-1v-1.tex

Antwort: Die wichtigsten Störprozesse sind: (1) die Reibung in der Erdatmosphäre, die zu einer Abbremsung von Satelliten führt und damit letztendlich zu deren Absturz. Die Reibung in der Hochatmosphäre hängt von deren Dichte ab und nimmt daher mit zunehmender Bahnhöhe und abnehmender solarer Aktivität ab. (2) Bahnstörungen durch die Abplattung der Erde, dazu gehören die Drehung der Apsidenlinie (d.h. die Drehung der Bahnellipse in der Bahnebene) und die Drehung der Bahnebene selbst.. Letzterer Effekt wird zur Erzeugung einer sonnensynchronen Bahn ausgenutzt. Die Bahnstörungen werden mit zunehmender Bahnhöhe kleiner, da dann die Erde aus der Sicht des Satelliten immer mehr zu einer Punktmasse zusammenschrumpft. (3) Hier lassen sich verschiedene, alle eher mindere Einflüsse auflisten wie (i) gravitative Störungen durch Sonne oder Mond

(insbesondere in hohen Orbits), (ii) Strahlungsdruck (für Ballonsatelliten), (iii) Sonnenwind, (iv) thermische Emissionen, (v) atmosphärische Gezeiten und (vi) zufällige Einflüsse.

29. Bahnstörungen müssen nicht unbedingt Störungen sein sondern können auch gezielt zur Beeinflussung von Satellitenbahnen eingesetzt werden. Nennen Sie Beispiele. [2 Pkte]

4-1-2v-1.tex

Antwort: Die beiden gezielt eingesetzten Störungen ergeben sich aus der Abplattung der Erde. Die Bahndrehung kann zur Erzeugung einer sonnensynchronen Bahn verwendet werden, die entscheidenden Parameter sind die Inklination i und der Bahnparameter p des Satellitenorbits. Bei geeigneter Wahl läßt sich eine Drehung der Bahnebene um 360° innerhalb eines Jahres erreichen, d.h. eine sonnensynchrone Bahn. Die zweite Störung ist die Drehung der Bahnellipse (Apsidendrehung). Diese hängt ebenfalls von der Inklination ab; die Apsidendrehung verschwindet für eine Inklination von 63.4° . Diese Inklination ist für alle Satelliten zu wählen, die sich in einem stark elliptischen Orbit befinden und deren Bahn sich in der Bahnebene nicht drehen soll (z.B. Molniya-Satelliten).

30. Reibung in der Hochatmosphäre kann auch zur Bestimmung der Dichte der Atmosphäre verwendet werden. Skizzieren Sie die Herleitung. Welche Größe wird als beobachtbare Größe verwendet? [3 Pkte]

4-2-1f-1.tex

Antwort: Formal muß in der Bewegungsgleichung zusätzlich zur Gewichtskraft die Reibungskraft als Störbeschleunigung berücksichtigt werden:

$$\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\mu\frac{\vec{r}^3}{r} + \vec{a}_s.$$

Die Reibungskraft wird proportional zur Geschwindigkeit angenommen,

$$F = -Dv = \frac{c_D \rho v^2 A}{2},$$

wobei in der Proportionalitätskonstante $D = c_D \rho v A / 2$ die Querschnittsfläche A , der aerodynamische Beiwerte c_D , die Dichte ρ und die Geschwindigkeit v enthalten sind.

Das formale Verfahren zur Herleitung kann entweder durch Lösen der Bewegungsgleichung erfolgen (eher aufwendig) oder aus einer einfacheren Energiebetrachtung. Aus dem Gleichgewicht von Zentripetal- und Gravitationskraft läßt sich für den Zusammenhang zwischen kinetischer und potentieller Energie die Beziehung $E_p = 2 E_k$ finden. Aus der Gleichung für

die Kraft läßt sich durch Multiplikation mit der Geschwindigkeit eine Beziehung für die zeitliche Änderung der kinetischen Energie herleiten:

$$\frac{d}{dt} \frac{mv^2}{2} = - \frac{\rho v^3 A c_D}{2}.$$

Die zeitliche Änderung der kinetischen Energie läßt sich auch schreiben als

$$\frac{d}{dt} E_k = \frac{d}{dr} E_k \frac{dr}{dt}.$$

Durch Kombination der beiden Gleichungen ergibt sich die Änderung der Flughöhe zu

$$-\frac{dr}{dt} = \frac{\rho v A c_D r}{m}.$$

Die Beobachtungsgröße ist die (Veränderung der) Umlaufzeit, da sich diese genauer feststellen läßt als die Veränderung der Flughöhe.

31. Ein auf einer elliptischen Bahn befindlicher Satellit wird durch Reibung abgebremst. Wie verändert sich die Bahn? Erklären Sie, warum die Änderungen so erfolgen. [2 Pkte]

4-2-2v-1.tex

Antwort: die Abbremsung erfolgt hauptsächlich im Perigäum, da hier die Dichte der Atmosphäre am größten ist. Solange die Geschwindigkeit noch deutlich über der Kreisbahngeschwindigkeit liegt (was sie zumindest anfangs sein sollte, da sonst das Orbit nicht elliptisch wäre), ändert sich die Perigäumshöhe kaum. Allerdings erreicht der Satellit nicht mehr die Apogäumshöhe, d.h. die Exzentrizität nimmt ab, die Bahn wird immer kreisförmiger. Die Umlaufzeit entlang der Bahn nimmt ebenfalls ab. Erst wenn die Geschwindigkeit im Perigäum in die Nähe der Kreisbahngeschwindigkeit abgesunken ist, verringert sich auch die Perigäumshöhe und der Satellit stürzt ab.

32. Geben Sie die Mindestflughöhe und Mindestumlaufdauer für einen Satelliten an. Was begrenzt diese Werte? [1 Pkt]

4-2-3v-1.tex

Antwort: Die untere Grenze beträgt ca. 87 min (Faustregel knapp 90 min), entsprechend einer Höhe von 150 km (Faustregel knapp 200 km). Eigentlich ist es nicht sinnvoll, zu genaue Werte anzugeben, da die Dichte der Atmosphäre mit der solaren Aktivität schwankt und ein Orbit im solaren Minimum noch stabil sein kann, im solaren Maximum dagegen zum sofortigen Absturz führt.

4-2-4v-1.tex

33. Die Mindestflughöhe eines Erdsatelliten ist durch Reibung in der Atmosphäre bestimmt. Gibt es auch eine maximale Flughöhe? Wenn ja, wodurch ist diese bestimmt und wie können Sie sie abschätzen? [1 Pkt]

Antwort: Ja, in dem Moment, in dem die Gravitationskraft auf den Satelliten so schwach ist, daß dieser durch andere Himmelskörper in seiner Bahn gestört wird bzw. aus seiner Bahn herausgeschleudert wird. Die Abschätzung ist am einfachsten für ein Kräftegleichgewicht zwischen Sonne und Erde (Lagrange-Punkt) oder Erde und Mond.

34. Beschreiben Sie die Bahnstörungen, die sich aus der Erdabplattung ergeben. Wofür werden diese Störungen gezielt ausgenutzt? [1 Pkt]

4-3-1v-1.tex

Antwort: die Störungen sind die Drehung der Bahnebene, die zur Erzeugung sonnensynchroner Bahnen verwendet wird, und die Drehung der Apsidenlinie, d.h. der Lage der Ellipse in der Bahn, die bei den Molniya-Satelliten zur Inklination von 63° führt.

35. Ein Satellit der Masse $m = 1000$ kg soll von einem Orbit in 400 km Höhe auf eine geostationäre Bahn in 36 000 km Höhe gebracht werden. Erläutern Sie das Verfahren und berechnen Sie die erforderlichen Geschwindigkeitsänderungen sowie die dazu erforderlichen Kräfte (Annahme: die Impulsänderung erfolgt gleichförmig über einen Zeitraum von jeweils 100 s). [3 Pkte]

5-3-1r-1.tex

Antwort: Die Grundidee einer Transferbahn ist eine elliptische Übergangsbahn. Dazu wird an einem Punkt der Ausgangsbahn ein Schub gegeben, der den Satelliten in die Transferbahn injiziert. Tangiert die Transferbahn (in ihrem Apogäum) die Zielbahn, so ist die Geschwindigkeit des Satelliten für eine Kreisbahn zu gering und es muß erneut ein Schub gegeben werden, damit der Satellit nicht wieder auf der Transferbahn in Richtung auf seine Ausgangsbahn fliegt. Die relevanten Geschwindigkeiten sind jeweils die Kreisbahngeschwindigkeiten auf der Start- und Zielbahn, bestimmt aus der Binet'schen Gleichung, und die große Halbachse a der Übergangsellipse:

$$v_{K1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} = 7.68 \text{ km/s} , \quad v_{K2} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} = 97.12 \text{ km/s}$$

und

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} = 24578 \text{ km} .$$

Unter Verwendung des letzteren Wertes lassen sich die Geschwindigkeiten

im Perigäum und Apogäum des Transferorbits bestimmen:

$$v_P = v_{K1} \sqrt{\frac{2}{r_1/r_2 + 1}} \quad \text{und} \quad v_A = v_{K2} \sqrt{\frac{2}{1 + r_2/r_1}} .$$

Die Geschwindigkeitsänderungen ergeben sich zu

$$\Delta v_1 = v_{K1} \left(\sqrt{\frac{2}{r_1/r_2 + 1}} - 1 \right) = 2.40 \text{ km/s}$$

und

$$\Delta v_2 = v_{K2} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1 + r_2/r_1}} \right) = 46.2 \text{ km/s} .$$

Für die aufzuwendenden Kräfte gilt daher

$$F_1 = m\Delta v_1/\Delta t = 24 \text{ kN} \quad \text{und} \quad F_2 = m\Delta v_2/\Delta t = 462 \text{ kN} .$$

36. Warum muß man bei einem Übergang von einem Orbit großer Höhe auf ein Orbit niedriger Höhe die gleiche Energie verwenden wie bei einem Übergang in Gegenrichtung? Bestimmen Sie die Gesamtenergie beider Bahnen. Wo bleibt die beim Übergang aufgebrauchte Energie beim Übergang von der höheren zur niedrigeren Bahn? [3 Pkte]

5-3-2f-1.tex

Antwort: Die Übergangsellipse und damit die Geschwindigkeitsänderungen sind bei beiden Übergängen betragsmäßig gleich – aber eben nur betragsmäßig. Beim Übergang in ein höheres Orbit erfolgt die Beschleunigung in Bewegungsrichtung, beim umgekehrten Übergang in entgegengesetzter Richtung. Die Gesamtenergie der Bahnen ist jeweils die Summe aus potentieller und kinetischer Energie, d.h. $E_{\text{ges}} = v^2 - 2\mu/r$. Aus der Binet'schen Gleichung gilt für die Kreisbahngeschwindigkeit $v = \sqrt{\mu/r}$ und damit für die Gesamtenergie $E_{\text{ges}} = -\mu/r$, d.h. die Gesamtenergie wird mit zunehmendem Abstand immer größer – beim Übergang auf eine niedrigere Bahn muß also Energie abgeführt werden, eben durch Abbremsen.

37. Warum kann eine Rakete bzw. ein Satellit die Atmosphäre beim Start problemlos durchdringen während abstürzende Satelliten verglühen? [1 Pkt]

5-3-3v-1.tex

Die Reibung zwischen Flugkörper und Atmosphäre ist durch die Geschwindigkeit und die Dichte bestimmt. Beim Start wird zwar viel Energie zugeführt, jedoch primär zur Erhöhung der potentiellen Energie während die kinetische Energie und damit auch die Geschwindigkeit eher niedrig sind.

Damit sind die Reibungskräfte und die Erwärmung gering. Beim Absturz (bzw. beim Eintreten in die Atmosphäre) dagegen hat der Flugkörper eine hohe Geschwindigkeit (ungefähr die Kreisbahngeschwindigkeit seines letzten Orbits). Diese steigt durch Umwandlung von potentieller in kinetische Energie während des Absinkens des Satelliten noch weiter an, d.h. mit zunehmender Annäherung an die dichtere Atmosphäre steigt die Geschwindigkeit und damit auch Reibung und Erwärmung.

38. Eine Rakete bringt einen LandSat-Satelliten in ein kreisförmiges Orbit von 200 km Höhe. Der Satellit soll in ein Orbit mit einer Flughöhe von 850 km transferiert werden. Beschreiben Sie die Bahn. Welche Geschwindigkeitsänderungen müssen erfolgen? Wieviel Energie müssen Sie bei einem Satelliten der Masse 4 t dafür aufwenden? Wie lange dauert der Übergang? Mit welchen Geschwindigkeiten bewegt sich der Satellit in den beiden kreisförmigen Orbits? [3 Pkte]

5-3-4r-1.tex

Antwort: Bahn als Übergangselipse, es muß zweimal Schub gegeben werden: auf der inneren Kreisbahn zum Einleiten des Übergangs auf die Ellipse, auf der äußeren zum Übergang von der Ellipse zur Kreisbahn. Die Ausgangsgeschwindigkeiten sind jeweils die Kreisbahngeschwindigkeiten (aus der Binet'schen Gleichung) auf den beiden Orbits:

$$v_{K1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} = 7.80 \text{ km/s} , \quad v_{K2} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} = 7.44 \text{ km/s} .$$

Die Übergangselipse hat eine große Halbachse $a = (r_1 + r_2)/2 = 6903 \text{ km}$, die dafür erforderlichen Geschwindigkeiten in Perigäum und Apogäum ergeben sich zu

$$v_P = v_{K1} \sqrt{\frac{2}{r_1/r_2 + 1}} \quad \text{und} \quad v_A = v_{K2} \sqrt{\frac{2}{1 + r_2/r_1}} .$$

Die Geschwindigkeitsänderungen ergeben sich zu

$$\Delta v_1 = v_{K1} \left(\sqrt{\frac{2}{r_1/r_2 + 1}} - 1 \right) = 0.18 \text{ km/s}$$

und

$$\Delta v_2 = v_{K2} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1 + r_2/r_1}} \right) = 0.18 \text{ km/s} .$$

Die aufzuwendende Energie ergibt sich damit zu

$$E_{\text{add}} = E_{\text{add1}} + E_{\text{add2}} = \frac{m}{2} (v_P^2 - v_{K1}^2 + v_{K2}^2 - v_A^2) = 1.1 \cdot 10^{10} \text{ J} .$$

39. Eine Rakete bringt einen Satelliten ($m = 1000 \text{ kg}$) in eine Umlaufbahn um die Sonne (Näherung: Satellit befindet sich im Erdorbit, ist jedoch gravitativ nicht mehr an die Erde sondern bereits an die Sonne gebunden). Der Satellit soll auf eine Merkurbahn/Jupiterbahn transferiert werden. Welche Energie ist aufzuwenden? (Masse Sonne $1.9 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, Erdbahnradius $1 \text{ AU} = 149 \text{ Mio km}$, Merkurbahn 0.387 AU , Jupiterbahn 5.2 AU , Gravitationskonstante $6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$) [3 Pkte]

Antwort: Bahn als Übergangsellipse, es muß zweimal Schub gegeben werden: auf der inneren Kreisbahn zum Einleiten des Übergangs auf die Ellipse, auf der äußeren zum Übergang von der Ellipse zur Kreisbahn. Die Ausgangsgeschwindigkeiten sind jeweils die Kreisbahngeschwindigkeiten (aus der Binet'schen Gleichung) auf den beiden Orbits:

$$v_{K1} = \sqrt{\frac{\mu}{r_1}} = 29.16 \text{ km/s}, \quad v_{K2} = \sqrt{\frac{\mu}{r_2}} = 46.9[12.8] \text{ km/s}.$$

Die Übergangsellipse hat eine große Halbachse $a = (r_1 + r_2)/2 = 0.96[3.1] \text{ AU}$, die dafür erforderlichen Geschwindigkeiten in Perigäum und Apogäum ergeben sich zu

$$v_P = v_{K1} \sqrt{\frac{2}{r_1/r_2 + 1}} = 59.56[37.8] \text{ km/s} \quad \text{und} \quad v_A = v_{K2} \sqrt{\frac{2}{1 + r_2/r_1}} = 21.8[7.3] \text{ km/s}.$$

Die Geschwindigkeitsänderungen ergeben sich zu

$$\Delta v_1 = v_{K1} \left(\sqrt{\frac{2}{r_1/r_2 + 1}} - 1 \right) = 12.7[8.6] \text{ km/s}$$

und

$$\Delta v_2 = v_{K2} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{1 + r_2/r_1}} \right) = 7.4[5.5] \text{ km/s}.$$

Die aufzuwendende Energie ergibt sich damit zu

$$E_{\text{add}} = E_{\text{add1}} + E_{\text{add2}} = \frac{m}{2} (v_P^2 - v_{K1}^2 + v_{K2}^2 - v_A^2) = 2.2 \cdot 10^{12} [3.45 \cdot 10^{11}] \text{ J}.$$

40. Welche der folgenden Satelliteninstrumente können Sie zur Begutachtung von Vegetation verwenden:

11-1-1m-1.tex

- konventioneller Schwarz-Weiß-Film
 konventioneller Farbfilm

- Multispektralscanner im sichtbaren Bereich
- IR-Farbfilm
- Thermischen IR-Scanner
- Multispektralkamera (konventionelle Filme)
- Multispektralscanner mit Kanälen im nahen IR
- IR-Schwarz-Weiß-Film
- Mikrowellenradiometer [2 Pkte]

Antwort: nein, nein, nein, ja, nein, nein, ja, ja, nein

41. Auf dem Shuttle wurde für ‘hübsche Bilder’ die Earth Terrain Camera mit einer Brennweite von 450 mm und einem Mittelformatfilm mit 6 cm Kantenlänge verwendet (quadratisches Bild). Bestimmen Sie für eine Flughöhe von 400 km das Blickfeld auf dem Boden sowie das Bodenaufklärungsvermögen bei einer Filmempfindlichkeit von 300 Linien/mm.

11-1-2r-1.tex

hfill [2 Pkte]

Antwort: zwei Abbildungsgleichungen, $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g}$ liefert $f \approx b$. Einsetzen in Abbildungsmaßstab liefert $\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{f}{h}$ und damit für das Blickfeld $F_B = \frac{hk}{f} = 53.3 \text{ km}$ mit k als der Kantenlänge des Films. Das Bodenaufklärungsvermögen ergibt sich mit gleicher Überlegung zu $R_B = \frac{h}{fR_K} = 3 \text{ Linien/m}$ mit R_K als dem Auflösungsvermögen des Systems Kamera-Film.

42. In der Frühzeit der (bemannten) Erdfernerkundung wurde mit Multispektralkameras gearbeitet. Erklären Sie das Prinzip. Was sind Vor- oder Nachteile gegenüber einer Aufnahme mit einem Farbfilm? [2 Pkte]

11-1-3v-1.tex

Antwort: Farbaufnahmen enthalten mehr Information als Schwarz-Weiß-Aufnahmen, allerdings ist das Auflösungsvermögen eines Farbfilms aufgrund der drei übereinander liegenden Filmschichten schlechter als das eines Schwarz-Weiß-Films. Bei der Multispektralkamera verwendet man daher ein System aus mehreren synchronisierten Kameras, die jede mit einem Schwarz-Weiß-Film bestückt sind und durch ein Filter unterschiedliche Bereiche des sichtbaren (und nahes IR) Spektrum betrachten. Der Vorteil ist die Kombination aus hoher Bodenaufklärung und Informationen aus verschiedenen Spektralbereichen, der Nachteil sind die technischen Probleme der Synchronisation und Gleichheit der Kameras und der höhere Filmbedarf, daher eher für bemannte Missionen als für Satelliten geeignet.

11-1-4v-1.tex

43. Erläutern Sie den Unterschied zwischen einem konventionellen und einem IR-Farbfilm. Wozu werden IR-Farbfilme verwendet? Wie werden die Informationen dargestellt (IR ist nicht sichtbar!)? [2 Pkte]

Antwort: Beides sind Filme aus drei lichtempfindlichen Schichten. Beim konventionellen Farbfilm sind diese empfindlich für Blau, Grün und Rot (zwischen der Blau- und der Grünsicht befindet sich ein Gelbfilter), beim Farb-IR-Film für IR, Grün und Rot, d.h. die blauempfindliche Schicht entfällt. Oberhalb der IR-Schicht sitzt ein Gelbfilter, so daß keine Strahlung aus dem blauen Bereich des Spektrums auf eine der empfindlichen Schichten fällt. Der blaue Bereich wird geopfert, da er am stärksten durch atmosphärische Streuung (Dunst) beeinträchtigt ist und damit die Informationen am wenigsten zuverlässig sind; der Gelbfilter wird zum Ausblenden benötigt, da Blau gleichzeitig der energiereichste Teil der Strahlung ist.. Die Darstellung beim konventionellen Farbfilm erfolgt derart, daß die einzelnen Schichten wieder die ihrer Farbe entsprechenden Informationen liefern. Beim IR-Farbfilm macht diese Zuordnung keinen Sinn, da das IR nicht sichtbar ist, d.h. der Film würde zwar die Information enthalten, der Betrachter sie aber nicht erkennen. Stattdessen werden die drei Schichten wie bei einem konventionellen Farbfilm ausgewertet: die grüne Schicht wird als Blau abgebildet, die rote als Grün und die IR-Schicht als Rot. Daher erscheint Vegetation, die besonders stark im nahen IR reflektiert, auf diesen Falschfarbenaufnahmen rot.

44. Erläutern Sie, warum Multispektralinformationen für die Erdfernerkundung interessant sind. [2 Pkte]

11-1-5v-1.tex

Die Identifikation verschiedener beobachteter Objekte basiert auf deren unterschiedlichen spektralen Reflektionsvermögen. Dazu gehört insbesondere das hohe Reflektionsvermögen von Vegetation im nahen IR. Daher wurde anfangs die Verwendung von 3 verschiedenen Spektralbereichen (Farbfilm bzw. IR-Farbfilm, Multispektralkamera) angestrebt, später das Spektrum sogar entsprechend der wissenschaftlichen Fragestellung in deutlich feinere Bereiche zerlegt.

45. Beim Farb-IR-Film verzichtet man auf eine der konventionellen Farbschichten und verwendet stattdessen eine Schicht, die IR-empfindlich ist. Auf welche Schicht verzichtet man und warum? [1 Pkt]

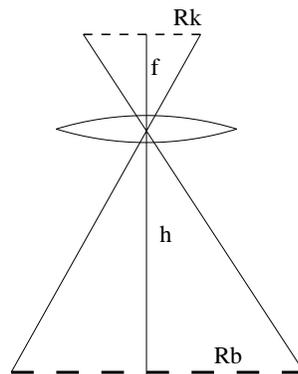
11-1-6v-1.tex

Antwort: auf die blaue Schicht wird verzichtet, da im blauen Bereich des Spektrums die Informationen durch Streuung am stärksten beeinträchtigt sind.

46. Skizzieren Sie den Aufbau eines photographischen Systems, erläutern Sie den Begriff des Bodenauflösungsvermögens und geben sie eine Beziehung zwischen Bodenauflösungsvermögen, Brennweite, Flughöhe und dem Auflösungsvermögen des Films. [2 Pkte]

11-1-6f-l.tex

Antwort: Das Bodenauflösungsvermögen bezeichnet die Fähigkeit eines photographischen Systems, die Streifen eines auf dem Boden liegenden Musters noch getrennt darzustellen. Das Bodenauflösungsvermögen gibt man in Linien/Länge an. Es bestimmt sich aus dem Abbildungsmaßstab $B/b = G/g$ wobei man für die Gegenstandsweite g die Flughöhe h verwendet kann und für die Bildweite B aufgrund des großen Abstandes zwischen Gegenstand und Objektiv die Brennweite f . Dann gilt für das Bodenauflösungsvermögen $R_B = h/(fR_K)$ mit R_K als dem Auflösungsvermögen des Systems Kamera–Film.



47. Welche der folgenden Parameter beeinflussen das Bodenauflösungsvermögen eines optischen Systems:

11-1-7m-l.tex

- Flughöhe
- Filmkantenlänge
- Filmauflösungsvermögen
- Brennweite des Objektivs
- Öffnung des Objektivs
- verwendeter Film (S/W oder Farbe)
- Wellenlänge
- Blickwinkel des optischen Systems
- Abstand Objektiv–Filmebene

[2 Pkte]

Antwort: ja, nein, ja, ja, ja, ja, nein, ja

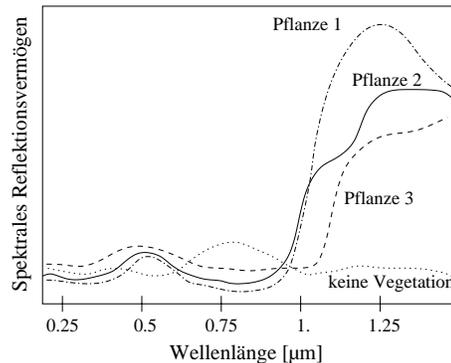
48. Verwendet man ein LandSat Instrument (Flughöhe 900 km) auf einem militärischen Späher (Flughöhe 180 km), so verändern sich das Blickfeld und das Bodenaufklärungsvermögen. Wie? [1 Pkt]

11-1-8v-l.tex

Antwort: die Höhe geht (Abbildungsgesetz) linear in beide Größen ein: das Auflösungsvermögen verbessert sich um einen Faktor 5, das Blickfeld verkleinert sich um diesen Faktor.

49. Das spektrale Reflektionsvermögen verschiedener Pflanzen und Nicht-Vegetation ist in der folgenden Abbildung dargestellt. Wie würden Sie vier Spektralkanäle wählen (bitte in Abbildung markieren), um Vegetation möglichst sicher identifizieren und zumindest ansatzweise auch klassifizieren zu können. [2 Pkte]

11-1-9g-l.tex



Antwort: Zur Identifikation der Vegetation ist das nahe IR entscheidend, da dort das spektrale Reflektionsvermögen von Pflanzen sehr groß ist. Dann muß auch mindestens ein Kanal im sichtbaren Bereich liegen, da sonst das hohe IR-Signal nicht eindeutig identifiziert werden kann. Hier ist die Wahl Rot sinnvoller als Blau, da der blaue Bereich zu stark durch Streuung beeinträchtigt wird. Ein weiterer Kanal sollte im grünen Bereich liegen, da dort das spektrale Reflektionsvermögen der Vegetation ebenfalls sehr groß ist. Das Verhältnis aus Grün und IR erlaubt eine genauere Klassifikation der verschiedenen Pflanzen. Steht der vierte Kanal zur Verfügung, so wäre eine Unterteilung des nahen IR in zwei Kanäle sinnvoll.

50. Ein leichtes Teleobjektiv einer Standard-Spiegelreflexkamera hat eine Brennweite von 100 mm und eine Blendenöffnung von 5 cm. Für ein mittleres λ von $5 \cdot 10^{-5}$ cm ist der Durchmesser des Beugungsscheibchens in der Filmebene zu bestimmen. Ist es sinnvoll, in dieser Kamera einen Film mit einem

11-2-1r-l.tex

Auflösungsvermögen von 500 Linien/mm einzusetzen?

[2 Pkte]

Antwort: Das Winkelauflösungsvermögen (vergl. Spickzettel) liefert $a = \lambda f/D = 10^{-4}$ cm oder 1/1000 mm. Damit sind die Beugungsscheibchen halb so groß wie das Auflösungsvermögen des Films, die Konfiguration ist gerade noch sinnvoll – allerdings muß man dabei bedenken, daß die etwas langwelligere Strahlung aus dem roten oder nahen IR bereits Beugungsbildchen in der Größe des Filmauflösungsvermögens erzeugt. Eine etwas größere Blendenöffnung (oder eine kleinere Brennweite) würden den Fehler aufgrund der Beugung auf eine dem Film angemessenere Größe reduzieren.

51. Sie haben ein Teleobjektiv mit einer Brennweite von 500 mm und einen Film mit einem Auflösungsvermögen von 500 Linien/mm. Welche Öffnung sollte das Objektiv haben, damit Sie auch im nahen IR ($\lambda = 1 \mu\text{m}$) ein maximales Bodenauflösungsvermögen erhalten? [2 Pkte]

11-2-2r-l.tex

Antwort: Winkelauflösungsvermögen laut Spickzettel, aufgelöst nach Blendenöffnung ergibt sich mit $a = 0.2 \mu\text{m}$ (Filmauflösungsvermögen) $D = \lambda f/a = 100$ mm. Da ein Beugungsscheibchen allerdings vom nächsten durch einen Streifenabstand getrennt sein sollte, muß D größer als der so bestimmte Wert sein – mit 200 mm läge man auf der sicheren Seite.

52. Auflösungsvermögen (Hubble verkehrt): Aufgrund der äußeren Abmessungen amerikanischer Spionagesatelliten wird manchmal spekuliert, daß diese Satelliten mit einem Instrument ähnlich dem Hubble-Space-Teleskop ausgestattet sind – nur mit dem Unterschied, daß das Instrument zur Erde blickt. Das Teleskop hat eine Brennweite von 6 m. (a) Bestimmen Sie das Bodenauflösungsvermögen für den Fall, daß das Instrument (i) mit einem CCD aus einer Digitalkamera (ca. 2500 mal 2000 Pixel) betrieben wird oder (ii) mit einem konventionellen Film mit einer Auflösung von 500 Linien/mm (ebenfalls als Kleinbild-Film mit Maßen 36 mm mal 24 mm). Diskutieren Sie jeweils für eine militärische Flughöhe von 180 km und eine zivile Flughöhe von 900 km. (b) Welche Blendenöffnung muß das Teleskop für die verschiedenen Konfigurationen mindestens haben? (c) Wie groß ist der auf einem Bild abgebildete Bodenbereich jeweils? (d) Wieviele Orbits vergehen, bis das Gebiet erneut überflogen wird? (e) Welche Zeit steht maximal für eine Aufnahme zur Verfügung? (f) Wie groß ist die Verringerung des Auflösungsvermögens durch die Eigenbewegung des Satelliten bei einer Belichtungszeit von 1/500 s? (g) Läßt sich dieser Störeinfluß verringern? [3 Pkte]

11-2-3r-l.tex

Antwort: Aufgabe war schon mal als Übungsaufgabe und ist im vollen Umfang für die Klausur eigentlich zu lang. (a) Bodenaufklärungsvermögen $R_B = h/(fR_K)$ mit R_k als dem Auflösungsvermögen des Systems Kamera-Film. In diesem Fall ist R_K für die CCD 2500 Pixel pro 36 mm oder 69.44 Pixel/mm und damit $R_B = 2.16$ m aus dem LandSat-Orbit bzw. 0.43 m (also ungefähr 10 cm) für ein militärisches Orbit. Für den konventionellen Film ergibt sich aufgrund der höheren Streifenzahl/mm ein deutlich besseres Bodenaufklärungsvermögen von 0.3 m bereits aus dem LandSat-Orbit und 6 cm aus dem militärischen Orbit. (b) Winkelaufklärungsvermögen ergibt sich nach Spickzettel zu $a = \lambda f/D$ bzw. für die Blendenöffnung D muß gelten $D = \lambda f/a$. Für den Film ergibt sich mit $a = 2 \mu\text{m}$ eine Blendenöffnung $D = 1.5$ m, mit der CCD eine von ca. 10 cm. (c) Bodenbereich ist unabhängig vom Film bzw. von der CCD, d.h. nur ein Wert $F_B = hk/f$ mit $k = 36$ mm als der Kantenlänge des Films liefert $F_N = 5.4$ km bzw. für die kurze Seite 3.6 km aus dem LandSat-Orbit und nur 1/5 davon (0.72 km bzw. 1.08 km) aus dem militärischen Orbit. Damit sieht man also alles sehr genau, aber das Instrument guckt nie dahin, wo es vielleicht interessant ist. (d) Aufgrund des nur geringen Blickfeldes von 5.4 km werden 7421 Überflüge benötigt. Bei sonnensynchroner Bahn (keine Datenverluste durch Überflüge auf der Nachtseite) ließe sich die Zahl halbieren (3711 Überflüge), dafür werden bei 90 min pro Orbit allerdings 231 Tage benötigt – nicht wirklich prickelnd. (f) Der Satellit bewegt sich mit nahezu 8 km/s entlang seiner Bahn, d.h. während der 1/500 s Aufnahmezeit legt er eine Strecke von 16 m zurück (entlang der Bodenspur etwas weniger). Damit ist das instrumentelle Bodenaufklärungsvermögen wesentlich besser als die Verzerrung aufgrund der Vorwärtsbewegung. (g) Kompensationsmethoden wären (deutlich) kürzere Belichtungszeiten oder ein Nachführen der Kamera (was aber aufgrund der großen Maße technisch nicht einfach ist – gibt dem Satelliten entweder eine Nickbewegung (bei Gegensteuern) oder bringt ihn ins Rotieren).

53. Der Thematic Mapper auf LandSat scannt einen 185 km breiten Streifen auf dem Boden mit einem Bodenaufklärungsvermögen von 30 m ab. Wieviel Zeit steht für einen Streifen zur Verfügung und wie schnell muß der Spiegel (beidseitig beschichtet) rotieren? Wie groß ist die Belichtungszeit für ein einzelnes Pixel? Eine Szene hat eine Länge von 170 km (bei der Streifenbreite von 185 km). Wieviele Pixel hat eine Szene? Wie lange dauert die Aufnahme einer vollständigen Szene? [2 Pkte]

11-2-4r-l.tex

Antwort: Bewegung entlang der Bahn bzw. der Bodenspur knapp 8 km/s (als Rechenwert verwenden), d.h. für einen 30 m breiten Streifen steht eine Zeit von $t = s/v = 0.00375$ s zur Verfügung. In dieser Zeit muß der Spiegel auf dem anderen Ende des Streifens eine neue reflektierende Fläche zur

Verfügung gestellt haben. Da dies in diesem Fall die Spiegelrückseite sein soll, hat der Spiegel insgesamt 0.0075 s Zeit zur Rotation bzw. es wird eine Rotationsfrequenz von 133.3 Hz benötigt. Während der 0.00375 s Scanzeit müssen $185 \text{ km}/30 \text{ m} = 6166$ Pixel belichtet werden, d.h. pro Pixel steht eine Zeit von $6 \cdot 10^{-7} \text{ s}$ zur Verfügung. Die Gesamtzahl der Pixel ergibt sich zu $3.49 \cdot 10^7$.

Die zweite Dimension der Aufnahme ergibt sich aus der Vorwärtsbewegung, ist also nicht von der Rotation des Spiegels abhängig und damit vom ersten Teil der Aufgabe. Hier gelten wieder die 8 km/s, d.h. der Satellit benötigt ca. 21.25 s für das Abscannen des Blickfeldes in Vorwärtsrichtung.

54. Welche Faktoren verschlechtern das Bodenaufklärungsvermögen? [2 Pkte]

11-2-5v-1.tex

Antwort: die Vorwärtsbewegung (insbesondere bei hochauflösendem optischen System und niedrig fliegendem Satellit), Streuung in der Atmosphäre (insbesondere im blauen Bereich des Spektrums, daher diesen bei Multispektralaufnahmen zur Dunstkorrektur verwenden oder beim IR-Farbfilm weglassen), zufällige Dichteschwankungen der Atmosphäre (Szintillation oder Pulsation) läßt sich bei astrophysikalischen Aufnahmen leichter korrigieren.

55. Geben Sie die charakteristischen Größen (Auflösungsvermögen) eines optischen Systems an und charakterisieren Sie diese kurz. [3 Pkte]

11-2-6v-1.tex

Antwort: (1) Bodenaufklärungsvermögen, d.h. die Fähigkeit, ein am Boden befindliches Streifenmuster als getrennte Linien aufzulösen. Wird bestimmt durch die Flughöhe, die Brennweite, das Auflösungsvermögen des aufzeichnenden Mediums und die Blendenöffnung des Objektivs (Beugungsbildchen)! Das Bodenaufklärungsvermögen ist zur Identifikation kleiner Bildelemente und zur Verringerung der Zahl der Mixed Pixels zu optimieren. (2) Spektrales Auflösungsvermögen, d.h. die Fähigkeit eines optischen Systems, verschiedene Spektralbereiche zu unterscheiden bzw. einen Verlauf des spektralen Reflektanzvermögens der beobachteten Objekte zu erzeugen. Optimierung zur Identifikation erforderlich, allerdings nur dann sinnvoll, wenn der relative Anteil des Mixed Pixels nicht zu groß wird. (c) Radiometrisches Auflösungsvermögen, d.h. die Fähigkeit, Helligkeitswerte zu unterscheiden. Zwar können dicht beieinander liegende Helligkeitswerte durch Dehnungsverfahren getrennt werden (Kontrastanreicherung), das Instrument muß aber die unterschiedlichen Helligkeitswerte als solche erkannt haben. Ein schlechtes radiometrisches Auflösungsvermögen verschlechtert automatisch das Bodenaufklärungsvermögen. (4) Das zeitliche Auflösungsvermögen (Wiederholfrequenz) gibt die Zeit, die zwischen zwei

aufeinander folgenden Überflügen eines Zielgebiets vergeht. Die Wahl des zeitlichen Auflösungsvermögens ist durch die Fragestellung mitbestimmt: Kartographie oder Kontinentalverschiebung haben es nicht so eilig, ein militärischer Späher wartet ungerne einige Jahre, bis er ein Krisengebiet nochmals überfliegen kann. (5) Bei thermischen Infrarotsensoren interessiert das thermale Auflösungsvermögen, d.h. die Temperaturunterschiede, die das Instrument noch wahrnehmen kann.

56. Der französische Fernerkundungssatellit SPOT fliegt in einem nahezu kreisförmigen Orbit in einer Höhe von 832 km. Bestimmen Sie die Bahngeschwindigkeit des Satelliten und die Geschwindigkeit, mit der er seine Bodenspur abscannt. Welche Auswirkungen hat die Bodengeschwindigkeit auf Aufnahmen. [2 Pkte]

11-2-7r-l.tex

Antwort: Bahngeschwindigkeit aus Binet'scher Gleichung (Spickzettel) $v = \sqrt{\mu/r} = 7.45$ km/s, herunterskaliert auf Bodenspur (Winkelgeschwindigkeit muß konstant sein) $v_{\text{Boden}} = 6.59$ km/s. Problem: Verzerrung der Aufnahmen durch die Bewegung des Satelliten insbesondere bei sehr hohem Bodenauflösungsvermögen des optischen Systems; Kompensationsmöglichkeiten durch Schwenk der Kamera (setzt aber kleines und leichtes System voraus, da sich der Satellit sonst ebenfalls dreht). Sehr kurze Belichtungszeiten, wie sie sich beim Scanner eher realisieren lassen als bei einer Filmkamera sind ebenfalls von Vorteil.

57. Sie haben einen Satelliten, auf dem eine Videokamera mit einem Blickwinkel von 1° montiert ist. Ihr Ziel ist es, die gesamte Erdoberfläche zu filmen. Welche Inklination müssen Sie wählen? Bestimmen Sie die Zahl der benötigten Umläufe in Abhängigkeit von der Flughöhe. Diskutieren Sie die Vor- und Nachteile besonders niedriger oder hoher Orbits. [2 Pkte]

11-2-8r-l.tex

Antwort: Inklination in der Nähe von 90° , da sonst die polaren Bereich nicht abgescannt werden. Die abgedeckte Bildbreite ergibt sich zu $b = 2h \arctan(\alpha/2) = 8.8 \cdot 10^{-3} \cdot h$, d.h. für eine Flughöhe von 900 km ergibt sich $b_{900} = 7.9$ km, für ein geostationäres Orbit $b_{36000} = 314$ km. Die Zahl der benötigten Umläufe ist $Z = 40\,000/b = 4.6 \cdot 10^6/h$. Nur bei hohen Orbits ergibt sich überhaupt eine sinnvolle Wiederholfrequenz, allerdings um den Preis eines relativ schlechten Auflösungsvermögens. Bei niedrigen Orbits verliert sich der Satellit in Details.

58. Der Wunsch nach einem hohen Bodenauflösungsvermögen ist bei einem Erdfernerkundungsinstrument zumindest aus Sicht der Kartographen verständlich. Warum interessieren sich viele Anwender auch für ein gutes spek-

11-2-9v-l.tex

trales Auflösungsvermögen?

[2 Pkte]

Antwort: ein hohes Bodenauflösungsvermögen erlaubt im Prinzip die Trennung eng benachbarter Punkte oder Objekte – aber nur, wenn diese auf dem Film auch ein unterschiedliches Signal in Form verschiedener Helligkeitswerte und/oder verschiedener Farben (d.h. spektraler Signaturen) erzeugen. Das gute spektrale Auflösungsvermögen erlaubt die Identifikation oder zumindest Klassifikation verschiedener Objekte (Beispiel Pflanzen im nahen IR), ist jedoch erst dann wirklich sinnvoll, wenn außerdem ein gutes Bodenauflösungsvermögen zur Verfügung steht, da sonst zu viele Mixed Pixels entstehen.

59. Erläutern Sie die Kehrbesentechnik. Was sind die Vorteile gegenüber einem konventionellen photographischen System? [2 Pkte]

11-3-1v-1.tex

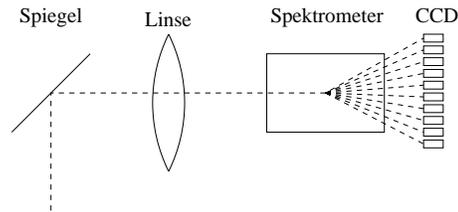
Antwort: Die Kehrbesentechnik ist eine Entwicklung zwischen der Abbildung auf einem konventionellen 2D-Film und der auf einen Punkt gerichteten Abbildung mit Hilfe eines Sanners. Das Aufnahmemedium besteht aus einer Zeile von CCDs (eindimensionaler Film), die durch die Bewegung des Satelliten über die aufzunehmende Szene geschoben wird. Die Technik wird außer auf der MOMS-Doppeloptik-Kamera für das Shuttle kaum verwendet: die Zahl der Bildpunkte der CCD ist mit ca. 2000 für ein gutes Bodenauflösungsvermögen deutlich zu gering, daher wird in der MOMS eine Gruppe von vier Zeilen kombiniert. Die dazu erforderliche Doppeloptik macht das Instrument jedoch unhandlich. Historisch hat die Kehrbesentechnik jedoch den Vorteil, daß sie die notorisch unzuverlässige Videokamera als erstes nicht film-basiertes System ablösen konnte und gegenüber der Videokamera ein besseres photometrisches Auflösungsvermögen liefert.

60. Skizzieren und beschreiben Sie die wesentlichen Elemente eines Multi-Spektralscanners (Hinweis: es gibt verschiedene Realisierungsformen, bitte eine relativ genau beschreiben, die anderen nur kurz.) [2 Pkte]

11-3-2v-1.tex

Antwort: das abbildende System besteht im wesentlichen aus dem senkrecht zur Flugrichtung scannenden Spiegel. Dessen Signal wird durch ein Linsensystem auf ein Spektrometer abgebildet, durch das einzelne Spektralbereiche auf verschiedene CCDs abgebildet werden. Auf diese Weise entsteht das spektrale Auflösungsvermögen. Die technischen Realisierungen variieren im Hinblick auf die Blickrichtung des Spiegels (SPOT kann z.B. zur Seite gucken), mehr als einen Streifen auf ein kurzes CCD-Array abbilden (MSS auf LandSat), statt des Spektrometers verschiedene Filter verwenden bzw. kein Spektrometer verwenden, da im panchromatischen

Modus (SPOT).



61. Der Multispectralscanner MSS auf LandSat tastet bei einer Spiegeldrehung einen 476 m breiten Bereich quer zur Flugrichtung ab. Um ein Bodenaufklärungsvermögen von 79 m zu kommen, wird dieser Streifen in jedem Wellenlängenband auf 6 CCD-Elemente abgebildet. Die Breite des abgetasteten Bereichs senkrecht zur Flugrichtung beträgt 185 km. Bestimmen Sie die Rotationsfrequenz des Spiegels (beidseitig reflektierend). Welche Zeit steht für die Aufnahme eines einzelnen Pixels zur Verfügung (die Pixel sind quadratisch)? Vergleichen Sie diesen Wert mit dem Wert, der sich ergäbe würde, wenn pro Spektralkanal nur ein CCD-Element zur Verfügung stehen würde. [2 Pkte]

11-4-1r-l.tex

Antwort: Die für die Aufnahme zur Verfügung stehende Zeit ergibt sich aus der Geschwindigkeit des Satelliten entlang der Bodenspur. Aus der Binet'schen Gleichung erhalten wir für die Bahngeschwindigkeit $v = \sqrt{\mu/r} = 7.41$ km und die Geschwindigkeit entlang der Bodenspur $v_{\text{Boden}} = 6.5$ km/s. Die für das Zurücklegen von 476 m benötigte Zeit beträgt $t = s/v = 7.3 \cdot 10^{-2}$ s, die Rotationsfrequenz eines doppelten Spiegels muß entsprechend 27 Hz betragen. Die Bildzeile zerfällt in 2 342 Elemente, d.h. pro Element stehen $32 \mu\text{s}$ zur Verfügung. Würde die Aufteilung nicht erfolgen, so würde sich das Bodenaufklärungsvermögen um den Faktor 6 verschlechtern, zur Aufnahme stünde die sechsfache Zeit zur Verfügung und der Spiegel müßte genauso schnell bzw. langsam rotieren wie vorher.

62. Auf Thematic Mapper Aufnahmen von Landsat sind trotz eines Bodenaufklärungsvermögens von 30 m Strukturen mit einer Breite von nur wenigen Metern (Eisenbahnlinien, Molen u.ä.) deutlich zu erkennen. Erläutern Sie, möglichst mit Hilfe einer Skizze, warum. [2 Pkte]

11-4-2v-l.tex

Antwort: bei den erwähnten Strukturen handelt es sich um Gegenstände, die in einer Dimension zwar deutlich geringere Abmessungen haben als dem Bodenaufklärungsvermögen entspricht, in der anderen Dimension jedoch weit größer und relativ linear sind. Dadurch wird nicht ein einzelner

Pixel in seinem Helligkeitswert und spektralen Reflektionsvermögen beeinflusst, sondern es wird eine Serie von aneinander grenzenden Pixeln modifiziert – und diese Veränderung ist in den Aufnahmen zu erkennen.

34	24	36	30	28	27	30	25	33	51	26	33	32	23	29	57	51	25	30	34
26	33	25	33	35	24	33	23	26	29	54	31	33	49	52	28	25	27	25	36
31	23	27	26	23	35	35	28	33	24	36	53	57	26	34	36	23	24	28	35
33	31	30	28	26	26	30	35	27	54	51	27	47	31	26	32	34	36	33	25
29	27	34	24	35	32	29	51	47	24	26	34	29	57	35	26	32	31	23	36
31	24	29	32	25	52	56	35	23	25	34	24	24	29	55	29	25	28	24	29
36	35	32	53	47	24	33	36	25	32	24	36	32	28	31	49	23	33	31	30
25	55	49	29	32	25	31	29	27	28	32	34	33	28	32	30	52	24	29	34
52	28	24	36	28	35	36	31	26	31	36	24	28	30	29	28	34	47	36	33
33	23	34	28	33	28	24	33	32	28	26	34	27	33	27	32	30	36	53	26

63. Was ist ein Mixed Pixel? Wodurch wird sein Auftreten begünstigt? Haben Sie Vorschläge für Instrumententwickler, mit deren Hilfe das Auftreten von Mixed Pixels reduziert oder zumindest in der anschließenden Datenauswertung korrigiert werden kann? [2 Pkte]

11-4-3v-1.tex

Antwort: in einem Pixel sind Informationen von verschiedenen Gegenständen und damit auch unterschiedlichen spektralen Reflektionsvermögen überlagert. Damit ist eine eindeutige Identifikation der beobachteten Objekte nicht mehr möglich bzw. drastisch erschwert. Das Auftreten von Mixed Pixels wird um so geringer, je homogener das Beobachtungsgebiet im Verhältnis zum Bodenaufklärungsvermögen ist, d.h. bei geringem Bodenaufklärungsvermögen in weiträumig homogenen Bereichen oder bei sehr gutem Bodenaufklärungsvermögen. Eine anschließende Korrektur wäre nur für den Fall möglich, daß sehr viele Spektralkanäle vorliegen, in denen zumindest für typische Mixed Pixels Clusterdiagramme erzeugt werden können.

64. Welche Meßverfahren werden bei der Untersuchung der Atmosphäre (insbesondere Zusammensetzung und Spurengase) verwendet. [2 Pkte]

11-5-1v-1.tex

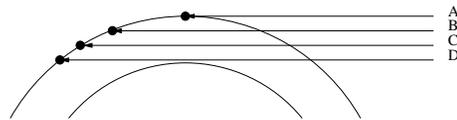
Antwort: es stehen im wesentlichen drei Meßverfahren zur Verfügung: Emission, Streuung und Absorption. Bei letzterem Verfahren wird eine definierte Quelle benötigt, es wird in der Regel als Limb Sounding angewendet. Die anderen Verfahren können auch unter anderen Blickwinkeln betrieben werden (insbesondere Aufsicht). Bei Absorption und Emission handelt es sich um spektroskopische Verfahren, d.h. ein entsprechend gutes spektrales Auflösungsvermögen ist gefordert.

11-5-2v-1.tex

65. Erläutern Sie das Verfahren des Limb-Sounding.

[2 Pkte]

Antwort: Limb-Sounding ist ein Verfahren, bei dem die Veränderung der Absorption von Sonnenlicht während des (scheinbaren) Sonnenauf- bzw. -untergangs aus der Sicht des Satelliten betrachtet wird. Das Verfahren hat den Vorteil, daß das Instrument gegen die Lichtquelle kalibriert wurde, da der Satellit die Sonne am höchsten Punkt seines Orbits (A in der folgenden Abbildung) praktisch ohne störende Atmosphäre sieht. Der Satellit 'sinkt' dann unter die bisherige Sichtlinie und es werden Absorptionskoeffizienten in immer dichteren Schichten der Atmosphäre bestimmt (Linien B, C, ...). Die erste Linie liefert den Absorptionskoeffizienten für die oberste Atmosphärenschicht. Mit ihrer Hilfe kann der Absorptionskoeffizient der nächsten Schicht korrigiert werden usw. Als Resultat ergibt sich ein Höhenprofil der Absorptionskoeffizienten. Diese werden in verschiedenen Wellenlängenbereichen bestimmt: insbesondere in denen, in denen die gesuchte Substanz absorbiert, aber auch bei Kontrollwellenlängen, mit deren Hilfe sich die allgemeine Abschwächung durch andere Effekte (Dunst, Vulkanausbruch usw.) abschätzen läßt. Für die einzelnen Frequenzen gilt das Bougert-Lambert-Beer'sche Gesetz: $I_\nu(x) = I_\nu(0) e^{-\mu x}$, die Spezies werden durch geeignete Kombination verschiedener Frequenzen identifiziert.



66. Erläutern Sie das Meßprinzip eines Ozonsensors, der vom Boden oder im Limb-Viewing eingesetzt werden kann. Welche physikalischen Grundprinzipien und -gleichungen gehen ein? [2 Pkte]

11-5-3f-l.tex

Antwort: das Meßprinzip beruht auf der Absorption, beschrieben durch das Bougert-Lambert-Beer'sche Gesetz: $I_\nu(x) = I_\nu(0) e^{-\mu x}$. Das Absorptionsgesetz wird für jedes Frequenzintervall getrennt betrachtet. Für den Ozonnachweis sind zwei Wellenlängenbereiche im UV (Absorption durch Ozon) sowie mindestens ein weiterer Wellenlängenbereich (keine Absorption durch Ozon) zur Korrektur atmosphärischer Einflüsse erforderlich.

67. Welche Wellenlängenbereiche können sinnvoll zum Nachweis von Kohlendioxid in der Atmosphäre verwendet werden?

11-5-4m-l.tex

- UV
- weiches Röntgenlicht

- sichtbares Licht
- nahes Infrarot
- thermisches Infrarot
- Mikrowellen

[1 Pkt]

Antwort: nein, nein, nein, ja, ja, nein

68. In welchem Wellenlängenbereich sind Aerosol-Messungen sinnvoll und warum? [1 Pkt]

11-5-5v-1.tex

Antwort: die für die Erdfernerkundung interessanten Aerosole sind relativ große Moleküle, die bevorzugt Licht im Bereich um $1 \mu\text{m}$ streuen. Gleichzeitig ist in diesem Bereich die Absorption durch atmosphärische Bestandteile praktisch zu vernachlässigen, so daß keine Störgrößen gemessen werden.

69. Bei der Nachbearbeitung der Bilder am Boden müssen fehlerhafte Pixel erkannt und entfernt werden. Beschreiben Sie das Verfahren und führen Sie es an folgendem Beispiel durch (Hinweis: die Fehler sind ‘offensichtlich’): [2 Pkte]

11-7-1f-1.tex

34	24	36	30	28	27	30	25	33	32	26	33	32	23	29	32	51	25	30	34
26	33	25	33	35	24	33	23	26	29	30	31	33	27	29	28	25	27	25	36
31	23	27	26	23	35	35	28	33	24	36	32	30	26	34	36	23	24	28	35
33	31	30	28	26	26	30	35	27	23	55	27	28	31	26	32	34	36	33	25
29	27	34	24	35	32	29	25	28	24	26	34	29	35	35	26	32	31	23	36
31	24	29	32	25	34	32	35	23	25	34	24	24	29	27	29	25	28	24	29
36	35	32	33	36	24	33	36	25	32	24	36	32	28	31	36	23	33	31	30
25	26	44	29	32	25	31	29	27	28	32	34	33	28	32	30	76	24	29	34
31	28	24	36	28	35	36	31	26	31	36	24	28	30	29	28	34	34	36	33
33	23	34	28	33	28	24	33	32	28	26	34	27	33	27	32	30	36	24	26

Antwort: aus der Häufigkeitsverteilung der Pixel bzw. aus der Standard-Abweichung der Pixel in einem 3×3 (oder 5×5)-Kernel lassen sich die Fehler identifizieren. In diesem Fall die 44 in C7, die 55 in K4, und die 76 in Q8; außerdem die 51 in Q1, die sich aber nicht korrigieren läßt, da sich kein vollständiger Kernel um sie bilden läßt. Alle drei sind auf Basis der Häufigkeitsverteilung eindeutige Ausreißer, die genaue Überprüfung zeigt, daß selbst im 3×3 -Kernel auch die 44 ein Ausreißer ist (die Umgebung liefert 30 ± 4 , selbst bei Berücksichtigung der 44 ergibt sich 32 ± 6). Die Korrektur erfolgt durch Auswahl eines 3×3 oder 5×5 Gitters, das um diesen Wert zentriert ist. Der Mittelwert der Gitterpunkte der Umgebung liefert den Ersatzwert für den fehlerhaften Wert. C7 muß dabei ersetzt werden durch 30 in beiden Kernen; für K4 ergibt sich ebenfalls 30 im 5

mal 5 Kernel und 29 im kleineren Kernel; für Q8 ergibt sich 30 in beiden Kernen.

70. Bei der Fehlerkorrektur in folgendem Beispiel (99 bezeichnet die fehlerhaften Werte) können Sie wahlweise einen 3x3 oder einen 5x5 Kernel verwenden. Welcher produziert die besseren Ergebnisse und warum? [3 Pkte]

11-7-2r-l.tex

34	24	36	30	28	27	30	25	33	32	26	33	32	23	29	32	51	25	30	33
26	33	25	33	35	24	33	23	26	29	30	31	33	27	29	28	25	27	25	49
31	23	27	26	23	35	35	28	33	24	36	32	30	26	34	36	23	62	55	56
33	31	30	99	26	26	30	26	27	23	31	27	28	31	26	49	48	50	62	52
29	27	34	24	35	32	29	25	28	32	26	28	29	58	56	53	66	63	54	53
31	24	29	32	25	34	32	35	23	25	34	99	51	60	55	62	50	58	48	63
36	35	32	33	36	24	33	36	25	66	48	54	48	55	54	52	54	49	53	49
25	26	35	29	32	25	31	57	54	55	63	65	49	52	49	57	52	99	51	52
31	28	24	36	28	52	63	49	65	51	55	61	50	63	65	63	48	55	60	58
33	23	34	63	51	58	57	64	49	54	49	60	54	54	57	60	56	65	56	54

Antwort: In diesem Fall läuft diagonal durch das Bild eine Trennkante, die beiden Bereiche haben homogene Helligkeitswerte, die drei Ausreißer 99 sind in beiden Bereichen ebenso wie auf der Kante gut zu identifizieren: D4, L6 und R8. Für D4 ergibt sich 28 im 3 mal 3 Kernel und 29 im 5 mal 5 Kernel; für R8 ergibt sich 53 in beiden Kernen und für L6 ergibt sich 40 im kleinen und 43 im großen Kernel. Hier ist die Korrektue schwieriger, da der Wert auf der Grenze zwischen den beiden Gebieten liegt – in allen drei Fällen sind jedoch die Korrekturen sowohl mit dem großen als auch mit dem kleinen Kernel sinnvoll, der Wert in L8 gibt eben den Mittelwert, was er auch in beiden Verfahren tut. Insofern ist die Nachfrage eine ‘Fangfrage’ gewesen, da nicht mein vermitteltes Vorurteil abgefragt wurde sondern wirklich anhand der Daten geprüft werden mußte.

71. Bei der Fehlerkorrektur in folgendem Beispiel können Sie wahlweise einen 3x3 oder einen 5x5 Kernel verwenden (fehlerhafte Pixel sind bereits markiert). Welcher produziert die besseren Ergebnisse und warum? [3 Pkte]

11-7-3r-l.tex

34	24	36	30	28	27	30	25	33	32	26	33	32	23	29	32	51	25	30	34
26	33	25	33	35	24	33	23	26	29	30	31	33	27	29	28	25	27	25	36
31	23	27	26	23	35	35	28	33	24	36	32	30	26	34	36	23	24	28	35
33	31	30	28	26	26	30	69	27	23	55	27	28	31	26	32	34	36	33	25
29	27	34	24	35	32	29	25	28	78	26	76	29	35	35	26	32	31	23	36
31	24	29	32	25	34	32	44	23	25	34	24	24	29	27	29	25	28	24	29
36	35	32	33	36	24	33	36	25	32	24	36	32	28	31	36	23	33	31	30
25	26	35	29	32	25	31	29	27	28	32	34	33	28	32	30	34	24	29	34
31	28	24	36	28	35	36	31	26	31	36	24	28	30	29	28	34	34	36	33
33	23	34	28	33	28	24	33	32	28	26	34	27	33	27	32	30	36	24	26

Antwort: der Datensatz unterscheidet sich von den bisherigen in relativ gemeiner Weise, da die Fehler zwar geclustert aber recht subtil zu finden sind (69 H4, 55 in K4, 78 in J5, 76 in L5, 44 in H6). Für die Korrektur ergeben sich in H4 29 (bzw. 31 im 5 mal 5, da hier die beiden Fehler in J5 und H6 mit in die Korrektur eingehen); in K4 40 bzw. 32 im 5 mal 5 Kernel (hier ist der letztere besser, da die beiden Fehler in J5 und L5 in beide Kernel eingehen aber im größeren Kernel eine geringere Verfälschung der Ergebnisse bewirken); in J5 30 im 3 mal 3 Kernel (hier macht sich der Fehler aus K4 nicht bemerkbar, da die anderen Werte ungewöhnlich niedrig liegen) bzw. 34 im großen Kernel (obwohl hier alle anderen Fehler mit in die Korrektur eingehen! nachrechnen!); in L5 31 (der Fehler durch den einen fehlerhaften Wert ist nur klein, da der fehlerhafte Wert selbst recht klein ist und die anderen Werte eher niedrig liegen) bzw. 32 (hier kommt zwar ein weiterer fehlerhafter Wert hinzu, aber die anderen Werte sind recht klein); in H6 29 (hier wird in den kleinen Kernel auch kein fehlerhafter Wert einbezogen) bzw. 32 im großen Kernel, der zwei fehlerhafte Werte enthält. Fazit: Mehrfachfehler machen jede Korrektur problematisch. Zwar ist beim 5 mal 5 Kernel das Risiko, weitere Fehler in die Korrektur einzubeziehen größer, allerdings ist der relative Anteil jedes einzelnen Fehlers am korrigierten Wert in einem größeren Kernel geringer. Daher bei Mehrfachfehlern erst Fehlermarkierung und diese dann gegebenenfalls mit einem größeren Kernel garnicht zur Korrektur verwenden.

72. Korrigieren Sie die folgenden, mit einem Spaltenfehler behafteten ‘Rohdaten’ (Schema erläutern und für die ersten 4 Zeilen durchführen). [2 Pkte]

11-7-4r-l.tex

34	24	36	30	28	27	30	25	33	32	26	33	32	23	29	32	99	25	30	34
26	33	25	33	35	24	33	23	26	29	30	31	33	27	29	28	99	27	25	36
31	23	27	26	23	35	35	28	33	24	36	32	30	26	34	36	99	24	28	35
33	31	30	28	26	26	30	35	27	23	33	27	28	31	26	32	99	36	33	25
29	27	34	24	35	32	29	25	28	24	26	34	29	35	35	26	99	31	23	36
31	24	29	32	25	34	32	35	23	25	34	24	24	29	27	29	99	28	24	29
36	35	32	33	36	24	33	36	25	32	24	36	32	28	31	36	99	33	31	30
25	26	28	29	32	25	31	29	27	28	32	34	33	28	32	30	99	24	29	34
31	28	24	36	28	35	36	31	26	31	36	24	28	30	29	28	99	34	36	33
33	23	34	28	33	28	24	33	32	28	26	34	27	33	27	32	99	36	24	26

Antwort: mit einem 3 mal 3-Kernel (5 mal 5-Kernel) erhält man für die Werte in der Spalte 99(99), 29(99), 30.5(30), 32.5(30), 30(31), 30.5(30.5), 30(30), 31(31), 31(99), 99(99), wobei die 99 jeweils ein Füllwert ist, der nicht korrigiert werden kann, da sich um ihn herum kein Kernel bilden läßt.

11-7-5r-l.tex

73. In der folgenden Abbildung ist eine relativ scharfe Begrenzung (zwischen 5. und 6. Zeile) zwischen zwei Bereichen zu erkennen. Arbeiten Sie diese Grenze mit Hilfe der Kantenanreicherung stärker heraus und tragen Sie ihre Ergebnisse im fett umrandeten Bereich des rechten Teilbild ein.

34	24	36	30	28	27	30	25	33	32	34	24	36	30	28	27	30	25	33	32
26	33	25	33	35	24	33	23	26	29	26	33	25	33	35	24	33	23	26	29
31	23	27	26	23	35	35	28	33	24	31	23	27	26	23	35	35	28	33	24
33	31	30	28	26	26	30	35	27	23	33									23
29	27	34	24	35	32	29	25	28	24	29									24
52	61	54	57	54	59	55	50	48	51	52									51
52	60	49	50	53	49	50	59	57	61	52									61
56	48	60	55	62	57	49	61	55	52	56	48	60	55	62	57	49	61	55	52
54	50	57	52	60	59	62	49	57	53	54	50	57	52	60	59	62	49	57	53
49	54	52	61	49	55	51	57	62	54	49	54	52	61	49	55	51	57	62	54

Antwort: Die Kantenanreicherung ist ein Verfahren, das sich ebenfalls auf einen, in der Regel 3 mal 3-Kernel stützt. Allerdings wird der zentrale Wert dort nicht durch den Mittelwert der umgebenden Kernelemente ersetzt sondern die vorhandenen Werte werden mit dem Kernel multipliziert: die Eckwerte mit einer Null, der zentrale Wert mit einer 4, die mitten der Kanten mit -1:

$$K = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Diese Werte werden aufaddiert und mit dem Zentralwert des Kernels kombiniert. Der so erhaltene Wert ersetzt den ursprünglichen Zentralwert des Kernels. Das sich ergebende Lösungsmuster ist

$$R = \begin{pmatrix} 34 & 24 & 36 & 30 & 28 & 27 & 30 & 25 & 33 & 32 \\ 26 & 33 & 25 & 33 & 35 & 24 & 33 & 23 & 26 & 29 \\ 31 & 23 & 27 & 26 & 23 & 53 & 35 & 28 & 33 & 24 \\ 33 & 44 & 30 & 34 & 18 & 7 & 25 & 65 & 16 & 23 \\ 29 & -20 & 35 & -24 & 39 & 11 & 3 & -17 & 16 & 24 \\ 52 & 112 & 69 & 103 & 66 & 105 & 87 & 63 & 54 & 51 \\ 52 & 80 & 21 & 36 & 50 & 26 & 38 & 77 & 62 & 61 \\ 56 & 48 & 60 & 55 & 62 & 57 & 49 & 61 & 55 & 52 \\ 54 & 50 & 57 & 52 & 60 & 59 & 62 & 49 & 57 & 53 \\ 49 & 54 & 52 & 61 & 49 & 55 & 51 & 57 & 62 & 54 \end{pmatrix}.$$

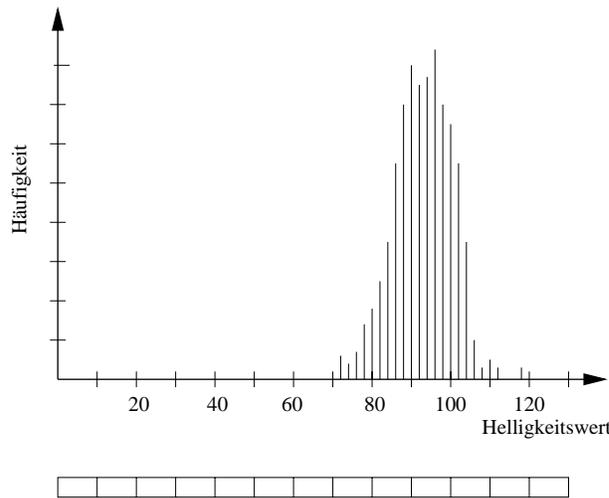
Die Kontrastanreicherung funktioniert an den Stellen relativ gut, in denen der Pixel in der Nähe des Mittelwertes für den entsprechenden Bereich liegt – bei starken Abweichungen ist das Resultat nicht so gut.

74. Was versteht man unter Kontrastanreicherung? Beschreiben Sie Möglichkeiten zur Kontrastanreicherung. [2 Pkte]

Antwort: Das Bodenaufklärungsvermögen eines optischen Systems läßt sich nur dann ausnutzen, wenn man die einzelnen Bildpunkte auch gut unterscheiden kann. Bei homogenen Flächen (Polkappen, Schnee im Gebirge, ausgedehnte Vegetationsflächen) dagegen liegen die Helligkeitswerte der Szene oft in einem relativ engen Bereich. Um dennoch verschiedene Helligkeitswerte auch optisch unterscheiden zu können, verwendet man Verfahren der Kontrastanreicherung. Dazu geht man von einer Häufigkeitsverteilung der Helligkeitswerte aus, identifiziert den Bereich, in dem ein Großteil der Helligkeitswerte liegt, und bildet diesen Bereich auf die vollständige Skala ab. Dazu gibt es verschiedene Abbildungsverfahren, die beiden wichtigsten sind: der Teilbereich kann einfach linear auf die gesamte Skala transformiert werden (lineare Dehnung) oder die Transformation erfolgt derart, daß in gleich großen Bereichen der Helligkeitsskala gleiche Mengen an Pixeln liegen (Histogramm-angeglichene Dehnung). Das Verfahren hängt von der Fragestellung ab, es gibt auch die Möglichkeit, unabhängig von der Verteilung der Helligkeitswerte eine lineare Dehnung eines bestimmten Bereiches auf die gesamte Skala vorzunehmen.

75. Die Auswertung einer Szene in einem verschneiten Gebirge gibt die folgende Verteilung von Helligkeitswerten. Wenden Sie eine lineare Kontrastdehnung (a) auf den vollständigen Datensatz an und (b) auf den Bereich der Helligkeitswerte, der mindestens 95% der Pixel umfaßt. [2 Pkte]

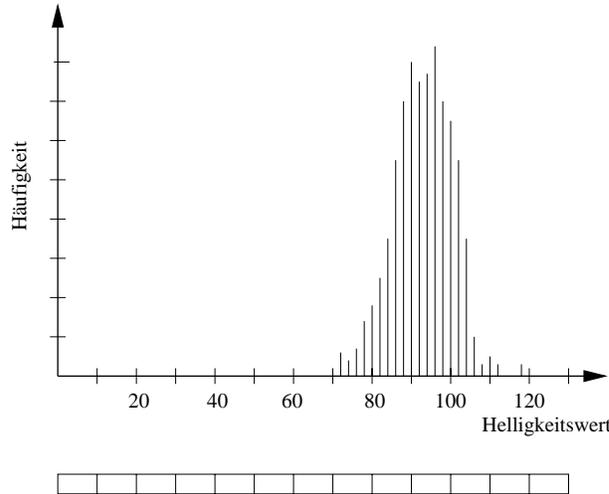
11-7-7r-l.tex



Antwort: einfach in die Abbildung reinmalen, gesamte Skala linear ausnutzen (im zweiten Fall unter Vernachlässigung der kleinen Werte am Rand).

76. Konstruieren Sie für die folgende Verteilung von Helligkeitswerten eine Histogramm angegliche Kontrastanreicherung. [2 Pkte]

11-7-8r-l.tex



Antwort: einfach in die Abbildung einzeichnen.

77. Welches Bodenaufklärungsvermögen haben Sensoren im thermischen Infrarot? Kann man das Bodenaufklärungsvermögen in den Bereich optischer Sensoren bringen? Begründen Sie. [2 Pkte]

12-2-1v-l.tex

Antwort: Sensoren im thermischen Infrarot haben ein Bodenaufklärungsvermögen von einigen hundert Metern (z.B. TIR auf HCMM hat 600 m). Eine Annäherung an das Bodenaufklärungsvermögen im sichtbaren ist nicht weiter möglich, da das prinzipielle Instrumentdesign sehr ähnlich ist, die Wellenlängen im thermischen Infrarot jedoch gut eine Größenordnung über denen im sichtbaren Bereich liegt. Damit begrenzt die Beugung das Auflösungsvermögen auf entsprechend schlechte Werte.

78. Skizzieren Sie den Aufbau eines Infrarotscanners (thermisches IR) und beschreiben Sie das Funktionsprinzip. [2 Pkte]

12-2-2v-l.tex

Antwort: Aufbau ähnlich dem eines optischen Scanners, d.h. Spiegel zum Abscannen senkrecht zur Flugbahn, fokussierendes System zur Abbildung auf den Detektor und Detektor, letzterer gekühlt (das ist auch schon der entscheidende Unterschied zum optischen Scanner). Spektrale Zerlegung erfolgt bei Instrumenten für originär thermische Anwendungen nicht bzw. nur in die den beiden Fenstern der Atmosphäre entsprechenden Anteile (muß

bei Instrumenten, die Infrarot-Linien zur Bestimmung von Spurengasen in der Atmosphäre vermessen natürlich erfolgen). Meßziel ist der integrierte Strahlungsstrom im IR und damit ein Maß für die Temperatur.

79. Welche Größe wird von einem Infrarotscanner gemessen und wie wird Sie anschließend interpretiert. [2 Pkte]

12-2-3v-1.tex

Antwort: Gemessen wird der Gesamtstrahlungsstrom q innerhalb der entsprechenden beiden Fenster der Atmosphäre im IR. Der Gesamtstrahlungsstrom wird nach Stefan-Boltzmann als ein Maß für die effektive Temperatur interpretiert mit $q = \sigma T_{\text{eff}}^4$. Die Effektivtemperatur gibt die Temperatur, die ein schwarzer Körper haben müßte, um den gleichen Gesamtstrahlungsstrom zu emittieren wie beobachtet.

80. Erläutern Sie den Begriff der Effektivtemperatur. Geben Sie die relevante(n) Gleichung(en). [1 Pkt]

12-2-4f-1.tex

Die Effektivtemperatur ist die Temperatur, die einem Körper aufgrund des von ihm emittierten Gesamtstrahlungsstroms zugeschrieben wird. Es ist die Temperatur, die ein schwarzer Strahler haben müßte, um den gleichen Gesamtstrahlungsstrom zu emittieren. Letzterer wird beschrieben nach dem Stefan-Boltzmann-Gesetz $q = \sigma T_{\text{eff}}^4$. Ein grauer Strahler mit einem mittleren Emissionsvermögen ε emittiert einen Gesamtstrahlungsstrom $q = \sigma \varepsilon T^4$, d.h. das Verfahren, die Temperatur aus dem Gesamtstrahlungsstrom zu bestimmen unterschätzt die reale Temperatur des Körpers, kann sie aber nie überschätzen.

81. Aus dem gemessenen Gesamtstrahlungsstrom läßt sich die Effektivtemperatur eines Körpers bestimmen. Steht diese in einer systematischen oder zufälligen Beziehung zu dessen realer Temperatur? [1 Pkt]

12-2-11-1.tex

Antwort: die Effektivtemperatur unterschätzt die reale Temperatur um einen Faktor $\sqrt[4]{\varepsilon}$ da die Emissivität des Körpers überschätzt wurde (er wird ja als schwarzer Körper betrachtet).

82. Berechnen Sie den Gesamtstrahlungsstrom, den ein Körper mit einer Temperatur von 35°C und einer Emissivität von 0.95 emittiert ($\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$). Welche Effektivtemperatur hat dieser Körper? [2 Pkte]

12-2-5r-1.tex

Antwort: der Gesamtstrahlungsstrom eines grauen Strahlers ergibt sich

nach Stefan–Boltzmann zu $q = \sigma \varepsilon T^4 = 484 \text{ W/m}^2$. Verwendet man die Idee der Effektivtemperatur, so ist $q = \sigma T_{\text{eff}}^4$ und damit $T_{\text{eff}} = 304 \text{ K} = 31^\circ\text{C}$.

83. Die Erde hat eine Effektivtemperatur von 255 K und emittiert Infrarotstrahlung im Bereich zwischen 3 und 100 μm . Bei welcher Wellenlänge liegt das Maximum der terrestrischen Infrarotstrahlung? Scanner im thermischen Infrarot nutzen nur einen Bereich zwischen 3.5 und 5.5 μm sowie zwischen 8 und 14 μm . Warum? [1 Pkt]

12-2-6r-l.tex

Antwort: Das Maximum ergibt sich aus dem Wien'schen Verschiebungsgesetz (Spickzettel) zu $\lambda_{\text{max}} = 11.3 \mu\text{m}$. Der eingeschränkte Meßbereich ergibt sich durch die atmosphärischen Fenster.

84. Welche der folgenden Probleme können unter Verwendung eines im thermischen Infrarot arbeitenden Instruments untersucht werden:

11-2-10v-l.tex

- Identifikation von 'Wärmeverschmutzern' (Kraftwerke, Autobahnen etc.)
- Unterscheidungen verschiedener Vegetationsformen und Pflanzengesundheit
- Unterscheidung verschiedener Gesteinsarten
- Bestimmung der Wolkenbedeckung
- Identifikation unterirdischer Wasserläufe oder -lager
- Bestimmung der Wolkenhöhe
- Beobachtung von Atmosphäre–Ozean–Wechselwirkung wie El Nino [2 Pkte]

Antwort: ja, nein, ja, ja, ja, ja, ja

85. Welche Vor- und Nachteile haben passive Mikrowellendetektoren gegenüber optischen Instrumenten und Instrumenten, die im thermischen Infrarot arbeiten? Nennen Sie Anwendungsbeispiele. [2 Pkte]

12-2-8v-l.tex

Antwort: passive Mikrowellendetektoren nutzen das langwellige Ende der terrestrischen Ausstrahlung, d.h. sie können, wie Infrarotsensoren, auch während der Nacht eingesetzt werden. Allerdings ist die Wellenlänge noch größer als im IR, so daß sich ein Bodenaufhebungsvermögen im Bereich von Kilometern ergibt. Der Vorteil gegenüber allen anderen Instrumenten: Mikrowellen durchdringen auch Wolken, d.h. es ist das einzige Instrument, das auch bei Bewölkung arbeiten kann. Regen schränkt den Anwendungsbereich eines Mikrowellendetektors ein, da die Wassertröpfchen zu einer

Streuung des Signals führen. Beispiele sind insbesondere die Beobachtungen von Meer- und Festlandeis. Da die Polarisation des Signals Informationen über den Flüssigwassergehalt am Sender liefert, können passive Mikrowelleninstrumente zur Bestimmung der Bodenfeuchte (auch wichtig für Waldbrandgefährdung) verwendet werden ebenso wie zur Bestimmung des Abtauens von Eisflächen.

86. Erläutern Sie, wie mit Hilfe eines aktiven Mikrowelleninstruments vom Satelliten aus die Wellenhöhe bestimmt werden kann. [1 Pkt]

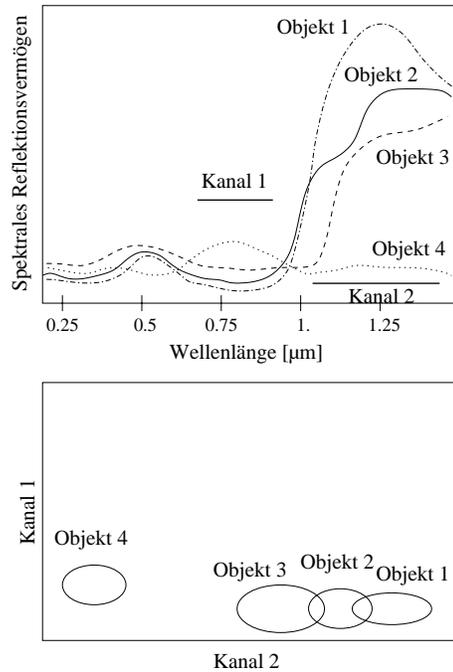
12-2-9v-1.tex

Antwort: Kurzbezeichnung für das aktive Mikrowelleninstrument ist Radar, das Verfahren beruht auf der Laufzeitmessung eines an der Meeresoberfläche reflektierten Signals. Aus der Laufzeit bekommt man nur die Höhe des Satelliten über der Meeresoberfläche, aus der Verformung des Signals (insbesondere seiner ansteigenden Flanke) ein Maß für die Rauigkeit des Reflektors, also für die mittlere Wellenhöhe.

87. Satelliten liefern sehr große Datenmengen. Daher ist eine automatische Dateninterpretation erforderlich. Erläutern Sie Methoden, wie aus den Daten eines Multispektralscanners (z.B. Thematic Mapper oder MultiSpectral-Scanner auf Landsat) zumindest eine Grobunterteilung (z.B. in Wasser, landwirtschaftlich genutzte Fläche usw.) erfolgen kann. [2 Pkte]

14-4-1v-1.tex

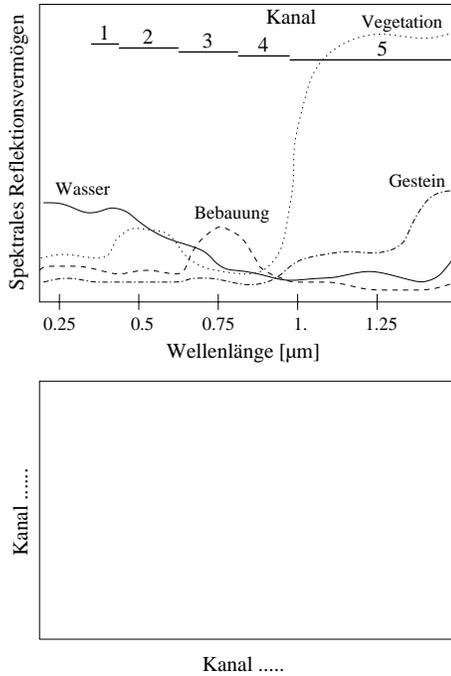
Antwort: die Grundidee für automatische Klassifizierungsverfahren beruht auf dem unterschiedlichen spektralen Reflektionsvermögen verschiedener Objekte:



Die Spektralkanäle des Scanners müssen dazu so gewählt sein, daß charakteristische Unterschiede im spektralen Reflektionsvermögen erkannt werden können (z.B. der berümt-berüchtigte Kanal im nahen IR zur Identifikation von Vegetation). Die Klassifizierung erfolgt mit Hilfe von Cluster-Diagrammen, bei denen die Helligkeitswerte von zwei (oder mehreren) Kanälen gegeneinander aufgetragen werden und Bereiche markiert sind, in denen sich bestimmte Objekte sammeln.

88. In der folgenden Abbildung ist das spektrale Reflektionsvermögen für verschiedene Objekte auf dem Boden gezeigt. Konstruieren Sie daraus ein Cluster-Diagramm, das eine Identifikation von Wasser, Gestein, Bebauung und Grünfläche auf der Basis der Kombination von drei Kanälen erlaubt (drei-dimensionales Zeichnen ist ein Problem, tragen Sie zwei Kanäle in das untere 2D-Diagramm ein und erläutern Sie den dritten verbal – z.B. die beiden Cluster liegen in der Projektion auf 2D zwar aufeinander, sind aber entlang der dritten Dimension eindeutig getrennt). Welche Kanäle wählen Sie? Ist eine Unterscheidung zwischen Wasser und Bebauung unter Verwendung von nur zwei Kanälen möglich?

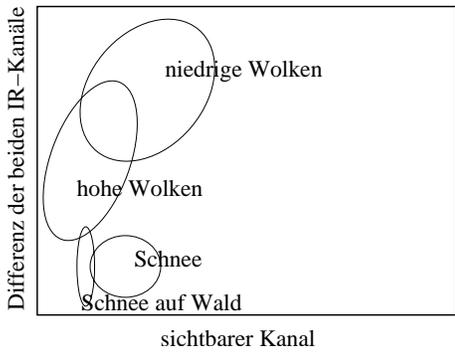
14-4-2f-1.tex



Antwort: am geschicktesten ist es, den IR-Kanal in die dritte Dimension zu legen. Damit ist die Vegetation bereits eindeutig identifiziert (nichts anderes erzeugt ein so hohes IR-Signal) und das Gestein ist bereits ein wenig herausgehoben.

89. Die folgende Abbildung zeigt ein Clusterdiagramm zur Klassifikation weißer Punkte in den AVHRR-Daten zur Unterscheidung von Schnee und Bewölkung. Verwendet wurden Informationen aus einem sichtbaren Kanal sowie die Differenz der beiden Kanäle im thermischen Infrarot. Welche weiteren Informationen (auch von anderen Instrumenttypen) könnte man verwenden, um eine genauere Unterscheidung zu erhalten? [2 Pkte]

14-4-3f-1.tex



Antwort: Die Differenz der thermischen IR-Kanäle hilft, über den Gesamtstrahlungsstrom die Temperatur zu bestimmen. Dadurch unterscheiden sich die Wolken vom Schnee. Als zusätzliche Informationen ließen sich als ‘Fremddaten’ passive Mikrowellendaten verwenden, da diese die Wolken durchdringen können, d.h. deren Signal ist in jedem Fall ein Boden-Signal. Außerdem würden alle möglichen Draufsicht-Instrumente zur Bestimmung von Spurengasen zusätzliche Informationen liefern können (Druckverbreiterung der Linien liefert eine Höheninformation).

90. Auf der Nordsee schwimmt ein dünner Ölfilm. Wasser und Ölfilm haben eine Temperatur von 20°C; Wasser hat eine Emissivität von 0.993, ein Ölfilm auf Wasser eine von 0.972. Wie gut sollte das thermische Auflösungsvermögen eines Infrarotscanners mindestens sein, um den mit Ölfilm verschmutzten Bereich der Nordsee von der sauberen Nordsee zu unterscheiden? [2 Pkte]

14-4-4r-l.tex

Antwort: Ölfilm und Wasser haben zwar die gleiche Temperatur, emittieren aufgrund des unterschiedlichen spektralen Reflektionsvermögens ε jedoch einen unterschiedlichen Gesamtstrahlungsstrom $q = \sigma\varepsilon T^4$. Letzterer wird gemäß $q = \sigma T_{\text{eff}}^4$ in eine Effektivtemperatur umgewandelt. Gleichsetzen der beiden Gleichungen liefert $T_{\text{eff}} = \sqrt[4]{\varepsilon}T$ und damit $T_{\text{eff,Wasser}} = 19.5^\circ\text{C}$ und $T_{\text{eff,Öel}} = 17.9^\circ\text{C}$. Der Temperaturunterschied beträgt also 1.6 K, d.h. der IR-Scanner sollte mindestens eine Temperaturauflösung von 0.8 K haben (das ist kein Problem, selbst einfache Modelle haben ein Temperaturauflösungsvermögen von 0.4 K oder besser).

Spickzettel und Konstanten:

spickzettel.tex

$$\text{Ellipse : } r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \tau}, \quad r_{\text{Peri}} = \frac{p}{1 + \varepsilon}, \quad r_{\text{Apo}} = \frac{p}{1 - \varepsilon},$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}, \quad p = \frac{b^2}{a}$$

$$\text{Binet'sche Gleichung : } v = \sqrt{\mu \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)} \quad \text{mit } \mu = \gamma(m_1 + m_2)$$

$$\text{Winkelaufloesungsvermoegen : } \vartheta = \frac{a}{f} = \frac{\lambda}{D}$$

$$\text{Wien'sches Verschiebungsgesetz : } \lambda_{\text{max}} \cdot T = \text{const} = 2884 \mu\text{m/K}$$

$$M_{\text{Erde}} = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$M_{\text{Sonne}} = 1.9 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$r_{\text{Erde}} = 6378 \text{ km}$$

$$r_{\text{Sonne}} = 695\,990 \text{ km}$$

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$$